GEOMETRIA E TECNOLOGIA

visitando alternativas metodológicas para a sala de aula

Camila Aparecida da Silva | José Carlos Miguel

GEOMETRIA E TECNOLOGIA:
VISITANDO ALTERNATIVAS METODOLÓGICAS PARA A SALA DE AULA

Camila Aparecida da Silva
José Carlos Miguel

Camila Aparecida da Silva
José Carlos Miguel

GEOMETRIA E TECNOLOGIA:
VISITANDO ALTERNATIVAS METODOLÓGICAS PARA A SALA DE AULA

Marília/Oficina Universitária
São Paulo/Cultura Acadêmica
2020

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS – FFC
UNESP - campus de Marília

Imagem de capa: https://www.pngwing.com/en/free-png-ybdgs

Auxílio Nº 0798/2018, Processo Nº 23038.000985/2018-89, Programa PROEX/CAPES

Ficha catalográfica
Serviço de Biblioteca e Documentação - FFC

Silva, Camila Aparecida da.
S586g Geometria e tecnologia: visitando alternativas metodológicas para a sala de aula / Camila Aparecida da Silva, José Carlos Miguel. – Marília : Oficina Universitária ; São Paulo : Cultura Acadêmica, 2020.
150 p. : il.
Inclui bibliografia
ISBN: 978-65-86546-64-4 (Impresso)
ISBN: 978-65-5954-004-4 (Digital)
DOI: https://doi.org/10.36311/2020.978-65-5954-004-4
1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática – Métodos de ensino. 3. Geometria – Estudo e ensino. 4.Tecnologia educacional. 5. Ensino – Meios auxiliares. I. Miguel, José Carlos. II. Título.
CDD 372.7

Editora afiliada:

Cultura Acadêmica é selo editorial da Editora UNESP
Oficina Universitária é selo editorial da UNESP - campus de Marília

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC: Base Nacional Comum Curricular

EAD: Ensino a Distância

IBGE: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

MFL: Marxismo e Filosofia da Linguagem

MIT: Massachusetts Institute of Technology

PISA: Programme for International Student Assessment

TICs: Tecnologias de Informação e Comunicação

UNESP: Universidade Estadual Paulista

UNICENTRO: Universidade Estadual do Centro-Oeste

SUMÁRIO

PREFÁCIO

É motivo de orgulho e satisfação pessoal escrever o Prefácio de um livro, especialmente quando se sabe, de antemão, que se trata de resultado de uma investigação feita por jovem pesquisadora que, além disso, desenvolve o seu trabalho, simultaneamente, na condição de docente em atuação na educação básica.

Muito já se falou sobre essa necessidade, a de que os docentes da educação básica possam refletir criteriosamente sobre as suas próprias práticas pedagógicas de modo a lograr condições adequadas para a sua ressignificação; no entanto, isso nem sempre teve o devido reconhecimento nas políticas públicas da educação brasileira e, principalmente, na forma histórica de organização do trabalho na escola, a julgar pelas peripécias necessárias aos professores desse segmento de ensino para lecionar, pesquisar e melhorar a formação geral. Se isso vem se ampliando, mais se deve ao denodo, comprometimento pessoal e à crença desses atores sociais no alcance social, político e cultural da valorosa atividade laboral que desenvolvem.

Pensando em fazer jus à tarefa que honrosamente me compete devo registrar, inicialmente, que a pesquisa em Educação Matemática tem sido profícua no sentido de que a cultura da Matemática escolarizada precisa ser transformada de maneira radical para dar conta das demandas e necessidades de aprendizagem postas pelos educandos no contexto de uma sociedade brasileira que também carece de transformação profunda em seus determinantes

https://doi.org/10.36311/2020.978-65-5954-004-4 .p-13-20

de natureza sociopolítica e cultural para atender aos reclamos de equidade, igualdade e justiça social no processo educacional de significativo contingente da população.

Ao se olhar para os indicadores de avaliação da aprendizagem em larga escala, na educação brasileira, a despeito de todas as considerações e críticas que possam ser feitas sobre a sua formulação, o sentimento é de frustração e preocupação. Não há quem possa se declarar satisfeito com a situação, particularmente no âmbito da aprendizagem matemática.

É no contexto deste corolário, evidenciando condicionantes de graves consequências para o amplo espectro social no qual se coloca, que a investigação da qual resulta este livro, se estabelece.

Dito isso, destaque-se que no contexto da Educação Matemática as investigações têm sido norteadas, de um lado, por preocupações relativas a uma evolução marcadamente de natureza intelectual, voltada ao caráter prático-utilitário desse conhecimento, dado o seu alcance social, cultural e político, e, por outro lado, pela convicção de que a abordagem de todo o arcabouço científico, mas, em particular, das ditas Ciências Naturais, tem na Matemática a disponibilidade de ferramentas necessárias à sustentação de importantes aspectos quantitativos da configuração da linguagem e de conceitos adequados para descrição, análise, modelação e simulação de situações postas no contexto de realidade diversificada e rica em significação.

O emergir de uma economia mundial em modelo internacionalizado, praticamente de mercado único, a despeito de sua diversidade, destacadamente competitiva e tecnológica, traz para a escola demandas cujas respostas não podem ser adiadas e que

ampliam as exigências que se colocam para o processo educativo em Matemática.

A despeito do quadro preocupante quanto à aprendizagem matemática efetiva dos estudantes, nem tudo parece perdido. Por certo, o esgotamento do estruturalismo como perspectiva de fundamentação da articulação entre teoria e prática trouxe consigo a revalorização das práticas e dos processos pedagógicos e, em certos casos, a revalorização dos sujeitos que os protagonizaram. A investigação que resultou neste livro captou bem esse movimento, colocando em evidência os processos de interação e de intersubjetividade na evolução histórica das ideias matemáticas e que são inerentes ao desenvolvimento do pensamento teórico nos limites da teoria histórico-cultural.

Importante destacar no preâmbulo desta obra que se constata uma profunda modificação no espaço-tempo escolar e social haja vista que, a despeito dos invariantes socioculturais globalizantes, não constituem um processo único, mas uma mistura complexa de processos, atuando de modo contraditório, produzindo conflitos, disjunções e novas formas de estratificação, as quais incidem não apenas sobre os sistemas sociais em grande escala, mas também sobre contextos locais e de grupos sociais situados em diferentes instâncias de apropriação cultural, especialmente no que se refere ao conhecimento matemático.

Nesse contexto, a Matemática deve ser compreendida, especialmente no ensino fundamental, como respaldo aos processos de leitura e de escrita, de interpretação da realidade imediata, ou seja, como componente de letramento e de alfabetização. Pensar o letramento matemático significa compreender que as pessoas estão

imersas em ambientes nos quais o conhecimento matemático é usual, que elas aprendem, dentro e fora da escola, a lidar com informações em contexto matemático, estabelecem relações entre ideias e fatos matemáticos e tiram conclusões sobre essas situações cotidianas, ainda que não dominem a tecnologia da leitura e da escrita, embora não sejam, a rigor, alfabetizados, no sentido amplo de compreensão e explicação dos dados da realidade.

A escola básica que desconsidera as ideias matemáticas que os alunos desse intrincado processo social trazem para a sala de aula, enveredando por caminhos genéricos, distantes dos seus modos de pensar, se vê nos limites da concepção internalista de organização dos programas de ensino, aquela que orienta os textos didáticos pela forma como os matemáticos pensaram a sua ciência. No conjunto da obra, a investigação em discussão ensina muito sobre isso. Com palavras e com imagens.

A investigação realizada se reporta a formas muito consistentes de pensar como o professor pode encaminhar uma perspectiva de concepção externalista da organização dos programas de ensino, ou seja, que considere as vivências e as experiências dos sujeitos com os fatos matemáticos. E demonstra que o ponto de chegada do trabalho com a educação matemática deve ser o conceito matemático pensado tal como o matemático o referenda, mas o ponto de partida, seguramente, não o é.

A singela ideia de explorar o conceito de m^2 com folhas de jornal, sobre as quais se posicionam alguns alunos, se expressa em fotografias ricas em significações para a exploração do próprio conceito de área, da noção de proporcionalidade, de densidade demográfica e de constituição de operações e relações matemáticas

prenhes de sentido e de significado. Permitem aos alunos que assim vivenciaram o experimento formativo, perspectivas concretas de como estimar o número de pessoas presentes em uma praça, por exemplo, de forma bem aproximada, ainda que seja um contingente muito grande de pessoas, como em certas manifestações.

Colocar os estudantes do ensino fundamental em situações cotidianas de estabelecer relações e vivenciar situações de aprendizagem significativa se revela importante no processo de desenvolvimento da Matemática escolarizada porquanto se verifica no plano socioeconômico a progressiva incorporação do conhecimento científico e tecnológico à produção industrial, tais como os efeitos da energia nuclear, da energia solar como alternativa para a energia elétrica, da revolução da microeletrônica e das novas tecnologias das comunicações, impulsionadas pela tecnologia da fibra óptica.

Desse modo, o emergir de uma economia mundial em modelo globalizado, destacadamente competitiva e tecnológica, traz para a escola demandas cujas respostas não podem ser adiadas e que ampliam as exigências que se colocam para o processo educativo em Matemática.

Paralelamente, no plano da organização do trabalho, consolida-se o padrão da industrialização flexível, da precarização do processo de trabalho, da terceirização, e, mais recentemente, da uberização, constituindo-se o que se logrou denominar de modelos pós-fordistas, com ênfase no que se poderia denominar de modelo toyotista de produção, cuja marca característica é a de exigir do trabalhador a capacidade de tomada de decisão, gerenciando o seu próprio fazer laboral, em geral marcado pela informatização e

tecnologização do processo. Se o trabalhador não for capaz de raciocínio crítico, inventivo e criativo, ele sucumbe, inexoravelmente.

A aprendizagem matemática na educação básica precisa, com urgência, pensar a lida com essas ferramentas tecnológicas sob pena de cultivar um fosso enorme entre a escola e os fazeres socioculturais. Se ainda é possível questionarmos a formação inicial pela via tecnológica e a distância, desconsiderar o papel dessas ferramentas na formação complementar dos estudantes se revela um descalabro e um desvio na sociedade contemporânea.

Nesse corolário, os novos processos culturais e formativos adquirem uma centralidade ímpar na sociedade da informação e do conhecimento: compatibilizar maior acesso à educação, à informação e à ciência, convalidando processos de mérito científico e qualidade acadêmica; enfrentar a questão do multiculturalismo, pensando a relação entre o eu e o outro, ou seja, o lugar da alteridade cultural na sociedade global.

O texto que resulta neste livro aposta nessas ideias que extrapolam os limites da educação matemática, mas que não podem ser desconsiderados. Por isso, a investigação se pauta pela constituição de referencial teórico consistente, dialogando sobre as formas como as diferentes vertentes teóricas se posicionam sobre o problema da aprendizagem, mas se situando no contexto dos aportes socioculturais a que as teorias cognitivistas se debruçam, em especial, a teoria histórico-cultural.

Com base em uma perspectiva metodológica de pesquisa que se vale de ampla pesquisa bibliográfica, de análise documental e de análise de um experimento didático-formativo desenvolvido com

estudantes do segundo segmento do ensino fundamental, o estudo se revela consistente e permite sustentar os resultados indicados, destacar as concepções e representações sobre o papel da tecnologia no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e as perspectivas da modelagem matemática no processo de ressignificação das ideias matemáticas neste contexto educativo.

Finalizando este prefácio, destaque-se a impossibilidade de se pensar o desenvolvimento extraordinário de uma sociedade como a atual sem o aporte das tecnologias, mas registre-se que em tal avanço a ciência matemática teve um papel preponderante em sua constituição e que, portanto, privar os sujeitos de aprendizagem matemática efetiva, crítica e criadora causa danos incomensuráveis à sua formação intelectual geral.

Resgatar ou evidenciar esse papel da Matemática nos currículos, no contexto da ciência em geral, da tecnologia e da sociedade impõe processo formativo plural no qual a gênese histórica das ideias matemáticas revela implicações concretas para compreender uma gama surpreendente de fenômenos, cuja precisão e formas de constituição têm a marca inexorável da manipulação de modelos matemáticos. Inquestionável, na atualidade, que a sociedade se move sob a ingerência de processos algorítmicos que marcam, definem e moldam comportamentos, a ponto de definir o que compramos ou devemos consumir.

Isso exige a formação de sujeitos que se acostumem desde a mais tenra idade a lidar com esse universo simbólico, ou seja, isso não pode ser tratado ou introduzido tardiamente nos programas de ensino sob pena de formação de uma geração alienada ou de se transformar a escola básica em algo de somenos importância

porquanto as pessoas já tenham a informação e os procedimentos de busca de conhecimento na palma da mão. Isso já não vem ocorrendo?

Desejo uma boa leitura a todos e que a obra possa suscitar a ampliação do debate acadêmico e novas investigações sobre a temática, fundamental para a compreensão da realidade na qual nos situamos.

Prof. Dr. José Carlos Miguel

APRESENTAÇÃO

Este livro é fruto de uma dissertação de mestrado que começou a ser estruturada a partir de uma pesquisa desenvolvida na Iniciação Científica entre os anos de 2012 e 2016, no curso de licenciatura em Pedagogia na UNESP Campus de Marília, interior de São Paulo. Naquele momento, havia a necessidade de solidificar os conhecimentos referentes à Modelagem Matemática e à utilização da Tecnologia no Ensino de Matemática, utilizando os *Softwares* Livres, ou seja, que não demandassem custos, e a partir desses anseios surgiu o Trabalho de Conclusão de Curso - TCC intitulado: *Modelagem Matemática e Tecnologia no processo de ensino e aprendizagem*: *perspectivas*. Esse trabalho propiciou uma vasta fundamentação teórica e trouxe norteamentos sobre tais temas, provocando assim, o interesse e a necessidade de continuar seu desenvolvimento no Mestrado.

Dessa forma, no Mestrado, foi possível constatar a necessidade de ampliar esses conceitos em sala de aula, observar o desenvolvimento dos estudantes a partir dessas aplicações e obter conclusões, ou, então, ainda mais indagações referentes às suas aprendizagens.

Durante esse período de estudos, o que fundamentou e culminou nesta pesquisa foi o conceito da Teoria Histórico-Cultural, elaborada por Vygotsky[1] (1984, p. 21 *apud* REGO, 2014, p. 38):

---

[1] Nasceu em 17 de novembro de 1896 em Orsha, uma pequena cidade provinciana, na Bielo-Rússia. Vygotsky cresceu e viveu por um longo período em Gomel, também na Bielo-Rússia, na companhia

https://doi.org/10.36311/2020.978-65-5954-004-4.p21-31

> [a] teoria histórico-cultural (ou sócio-histórica) do psiquismo, também conhecida como abordagem sociointeracionista elaborada por Vygotsky, tem como objetivo central "caracterizar os aspectos tipicamente humanos do comportamento e elaborar hipóteses de como essas características se formaram ao longo da história humana e de como se desenvolvem durante a vida de um indivíduo".

Essas formulações elaboradas por Vygotsky foram, minuciosamente, refletidas e subsidiaram as análises, aqui, expostas. Com isso, a partir de observações e comparações das atividades aplicadas aos estudantes, foi possível chegar a algumas conclusões que serão apresentadas no decorrer deste texto.

Para a organização da pesquisa, pensou-se em considerar, não apenas a teoria histórico-cultural e a visão sociointeracionista de Vygotsky, mas, também, o construtivismo de Jean Piaget[2], para fundamentar o trabalho, afinal, apesar de suas teorias evidenciarem divergências na percepção de alguns críticos, elas se convergem em alguns aspectos. Além disso, foi possível constatar que ao analisar as discussões sobre modelagem, Piaget e Vygotsky, revelam alguns contrapontos, influenciando assim, toda uma geração de educadores e pesquisadores interessados na discussão sobre o ensino de Matemática, na atualidade.

---

de seus pais e de seus sete irmãos. Casou-se aos 28 anos, com Roza Smekhova, com quem teve duas filhas. Faleceu em Moscou, em 11 de junho de 1934 (aos 38 anos), vítima de tuberculose, doença com que conviveu durante quatorze anos (REGO, 2014, p. 20).

[2] Nasceu em 09 de Agosto de 1896 em Neuchâteul, pequena cidade da Suíça francesa, e desde muito cedo demonstrou interesse pela natureza e pelas ciências. Foi biólogo, psicólogo e epistemólogo suíço, considerado um dos mais importantes pensadores do século XX. Defendeu uma abordagem interdisciplinar para a investigação epistemológica e fundou a Epistemologia Genética, teoria do conhecimento com base no estudo da gênese psicológica do pensamento humano. Morreu em Genebra na Suíça em 16 de Setembro de 1980 com 84 anos (PALANGANA, 2015).

Além desses teóricos, foi levado em conta, também, o construcionismo de Papert[3]: uma abordagem do construtivismo que visa conduzir o estudante a construir seu conhecimento mediante alguma ferramenta, como o computador, no caso pesquisado.

Do mesmo modo, com os estudos de Mikhail Bakhtin, foi possível averiguar que: um indivíduo não se desenvolve sozinho, o sujeito se constitui em uma dada sociedade e ele, naturalmente, fará isso por meio do outro, ou seja, ele se constitui a partir de suas trocas com o outro indivíduo. Essas trocas se dão de várias formas, entre elas temos:

> ✓ responsividade – que tem a ver com a resposta; todo enunciado oral ou escrito traz com ele a intenção de uma resposta que virá, e isso o torna responsivo, portanto fica nítido que responsabilidade representa meu ato e a Responsividade o que meu ato vai gerar de resposta;
>
> ✓ alteridade – relação do eu e tu, relação com o outro, modificação, nesta relação do Sujeito com o Outro, há uma inversão. O conteúdo e objeto desta interação terá uma relação do exterior para o interior, ou seja, o Sujeito se apropria dos atos e cultura vindos do Outro, o Outro vai incutindo no Sujeito os aspectos que o formam; e
>
> ✓ refração – as palavras podem ter vários significados, de acordo com o grupo que a utiliza e qual o objetivo de expressá-las, tudo o que chega a um indivíduo é refratado, pois ele absorve o que recebe e direciona como entender.

---

[3] Seymour Papert nasceu em 29 de Fevereiro de 1928 em Pretória na África do Sul, foi um matemático e educador do Massachusetts Institute of Techonology (MIT), foi o teórico mais conhecido sobre o uso de computadores na educação, um dos pioneiros da inteligência artificial e criador da linguagem de programação LOGO em 1967 (uma linguagem de programação interpretada, voltada para crianças, jovens e até adultos). Morreu em sua casa em Blue Hill, Maine, em 31 de julho de 2016, aos 88 anos.

> Apresenta a refração, por exemplo, como emaranhado de milhares de fios dialógicos tecidos pela consciência socioideológica (isto é, pelo todo da criação ideológica) em torno de cada objeto. Ou, como a multidão de rotas, estradas e caminhos traçados pela consciência socioideológica em cada objeto. Ou, ainda, como a torre de Babel que cerca todo e qualquer objeto. (FARACO, 2009, p. 56).

Segundo Rego (2014) é por meio da mediação que desencadeiam as relações do homem com o mundo e do homem com o próprio homem, levando-nos a entender que essas são muito importantes, afinal, é por meio desse processo que as funções psicológicas superiores, especificamente, humanas, desenvolvem-se. Para Vygotsky isto recai na questão da "mediação simbólica", no qual distingue dois elementos básicos responsáveis por essa mediação: o *instrumento*, que tem a função de regular as ações sobre os objetos, e o *signo*[4], que regula as ações sobre o psiquismo das pessoas.

No livro *Marxismo e Filosofia da Linguagem* (MFL), de Bakhtin foi possível entender que o signo é uma unidade do enunciado e que os signos são elementos constituintes da ideologia; isto é, tudo o que é ideológico é um signo. A ideologia é uma criação cultural humana que tem relação com a infraestrutura, base econômica, ou seja,

[4] De modo geral, o signo pode ser considerado aquilo (objeto, forma, fenômeno, gesto, figura ou som) que representa algo diferente de si mesmo. Ou seja, substitui e expressa eventos, ideias, situações e objetos, servindo como auxílio da memória e da atenção humana. Como por exemplo, no código de trânsito, a cor vermelha é o signo que indica a necessidade de parar, assim como a palavra copo é um signo que representa o utensílio usado para beber água.

> [...] um produto ideológico faz parte de uma realidade (natural ou social) como todo corpo físico, instrumento de produção ou produto de consumo; mas, ao contrário destes, ele também reflete e refrata uma outra realidade, que lhe é exterior. Tudo o que é ideológico possui um *significado* e remete a algo situado fora de si mesmo. Em outros termos, tudo o que é ideológico é um signo. Sem signos não existe ideologia (BAKHTIN, 2014, p. 31).

Nesse caso, se tudo o que ideológico é um signo, a chave, ou o objeto é o referente (signo oral), é o que estabelece relação com o referente, sendo a escrita uma materialização do oral. Um instrumento não se torna signo sozinho, é necessário atribuir um significado a ele para que isso ocorra.

Segundo Bakhtin (2014, p. 33), "[a] filosofia idealista e a visão psicologista da cultura situam a ideologia na consciência", o que leva a psicologia a estudar a consciência por meio dos signos. Só há signos por meio da interação de duas consciências.

Diante disso, com base nessas reflexões, os embasamentos estão nos conceitos de Modelagem Matemática e Tecnologia, e no interacionismo de Vygotsky, buscando assim, criar signos articulados com vistas à produção de sentidos de apropriação de conhecimento, de modo a influenciar o pensamento do indivíduo, transformando à sua capacidade de assimilação de conteúdos matemáticos, por ampliar sua capacidade de compreender e aplicar conceitos concernentes à sua realidade.

A Modelagem Matemática é atividade científica que surge da necessidade do homem em compreender os fenômenos que o cercam para interferir ou não em seu processo de construção. Ao trabalharmos Modelagem Matemática, dois pontos são

fundamentais: aliar o tema a ser escolhido com a realidade dos alunos e aproveitar as experiências cotidianas trazidas por esses alunos e relacioná-las à experiência do professor em sala de aula. Fazer modelagem permite inovar as aulas, motivando professores e alunos, ofertando condições para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos pela mediação entre concreto e abstrato:

> [...] modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT; HEIN, 2014, p. 12).

Pode-se dizer que Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo que tenta descrever, matematicamente, um fenômeno da nossa realidade para tentar compreendê-lo e estudá-lo, criando hipóteses e reflexões sobre tais fenômenos.

Isso permitirá o incentivo à pesquisa; desenvolver a habilidade de formular e resolver problemas; busca pelos temas de interesse do aluno; desenvolvimento da criatividade; e o mais importante, a aplicação do conteúdo matemático de maneira mais expressiva, permitindo maior aderência e mais significação ao aluno, pois ele transpassará a posição de um simples receptor bancário - que só recebe informações que lhe são depositadas, para um agente transformador e, ativamente, participante no processo de ensino da Matemática.

Deve-se considerar que os recursos tecnológicos e da *Internet* podem auxiliar nos processos de ensinar e aprender, desde que tratados como ferramentas colaborativas nas disciplinas escolares. Não se deve abordar a Tecnologia como uma substituta das aulas presenciais, das interações entre professores e estudantes, bem como, das discussões que tanto ampliam o desenvolvimento pessoal e intelectual de um indivíduo.

Dessa forma, o professor deverá, mais do que nunca, traçar as estratégias de como utilizar esses recursos para que os alunos possam apropriar-se do conhecimento, sem descartar alguns princípios primordiais dentro de um projeto ou uma prática educativa mediada pela Tecnologia, que deverão considerar um problema e uma necessidade, fazendo com que se desenvolva - um método, com suporte pedagógico que visa apresentar soluções, revitalizar antigas ferramentas, com o intuito de estimular as metas de aprendizagem e inovar processos existentes.

Para que ocorra um processo de inovação, sabemos que há a necessidade de se fazer investimentos. Portanto, utilizando-se dos poucos recursos disponíveis no ambiente escolar, e também de *softwares* disponíveis, gratuitamente, na *internet*, torna-se possível desenvolver um trabalho efetivo e alcançar um resultado, que mesmo não sendo o esperado, elucidará o objetivo do desenvolvimento e aprimoramento do processo de ensino, dentro de sala de aula.

> Diante da tecnologia, não se pode considerar única e exclusivamente o impacto na educação, mas sua permanência e sua presença nos processos educacionais, repensando todas as relações humanas dentro da organização. Além de um uso claro e transparente, não se pode apresentar a tecnologia como know-

> how da instituição. A centralidade de todo o processo deve estar nos sujeitos e na sua reação com o conhecimento. Num segundo momento, deve-se investir na cultura interna da instituição, partindo-se para a externa posteriormente. Isso fará com que se invista nos processos de formação de pessoal, constituído por equipes multidisciplinares. Nesse momento, o design educacional assume relevância e deve ser encarado de forma fundamental e responsável. Esse design requer uma pedagogia ativa, cooperativa, aberta para a cidade ou para o bairro, não deixando que o cerne do processo educativo seja o plano de curso. Requer-se, pois, princípios pedagógicos ativos construtivistas. (COSCARELLI; RIBEIRO, 2007, p. 90).

De maneira geral, quando os pesquisadores mencionam aspectos sobre *software* para o estudo da Matemática, no geral, o professor pensa no *Excel*, pelo fato de ser um *software* que faz parte do Pacote *Office* disponível no mercado e comercializado na maioria dos casos de vendas de computadores. Seus recursos incluem: uma interface intuitiva e capacitadas ferramentas de cálculo e de construção de gráficos que, juntamente com um marketing agressivo, tornaram o *Excel* um dos mais populares aplicativos de computador em nossos dias.

As fórmulas matemáticas disponíveis nesse programa permitem a resolução de variados problemas. Segundo Gimenes (2006, p. 49), “[...] a utilização do *Excel* possibilita que planilhas sejam criadas para as mais diversas situações. E nesse sentido, o *Excel*, se trabalhado, é uma ferramenta que oferece inúmeros recursos”.

Mas no âmbito da Matemática, o *Excel* não é o único recurso disponível, é possível encontrar outros programas interativos, conhecidos como *Softwares* Livres, que podem ser acessados pela

internet de qualquer computador. Obtê-los é uma questão de liberdade e não de preço. No que se refere a essa liberdade temos os seguintes conceitos:

> ✓ a liberdade de executar o programa, para qualquer propósito;
> ✓ a liberdade de estudar como o programa funciona, e adaptá-lo para as suas necessidades;
> ✓ a liberdade de redistribuir cópias de modo que você possa ajudar ao seu próximo; e
> ✓ a liberdade de aperfeiçoar o programa, e liberar os seus aperfeiçoamentos, de modo que toda a comunidade se beneficie.

De acordo com essas definições, alguns desses *softwares* livres disponíveis para utilização no processo de ensino da Matemática estão disponíveis para qualquer usuário da *internet*, a saber: *Wingeom, WinMat, Winplot, Graphmatica,* Geometria Descritiva, Linguagem Logo – SuperLOGO, *Poly, CurveExpert* e o *GeoGebra.*

Diante disso, focou-se para análise nesta pesquisa o último *software* livre, o *GeoGebra*, pois além do conhecimento sobre sua utilização, é um *software* de matemática, dinâmico para todos os níveis de ensino, que reúne: Geometria; Álgebra; Planilha de Cálculo; Gráficos; Probabilidade; Estatística; e Cálculos Simbólicos, em um único pacote fácil de usar.

Como mencionado acima, este trabalho resulta de pesquisas empreendidas na Monografia, desenvolvidas na graduação em Pedagogia e que fora motivado pela inquietação de tentar fazer diferente em sala de aula, por exemplo, proporcionar aulas mais dinâmicas aos estudantes, apresentando assim, desafios que os façam

usar, ainda mais, suas capacidades cognitivas e de raciocínio. Explorar a interação entre os pares delegando atividades em grupos para que eles se valham de seus conhecimentos apropriados para encontrar uma saída para um problema que no caso da Matemática, pode ser real em seu cotidiano.

Optou-se pela pesquisa bibliográfica, que possibilitou um apurado levantamento sobre os conceitos em relação à Modelagem Matemática, à Tecnologia, os *Softwares* Livres e, também, os aportes da Teoria Histórico-Cultural. Já a pesquisa empírica, foi desenvolvida no contexto da perspectiva metodológica da Modelagem Matemática e do uso de Tecnologias no ensino. Tal como definem Lüdke e André (1986), no livro *Pesquisa em Educação*: abordagens qualitativas, no qual analisam sobre aspectos da pesquisa participante.

Diante dessas contribuições, selecionou-se duas turmas de 6º ano do Ensino Fundamental II para investigar como a Modelagem Matemática e Ferramentas Tecnológicas poderiam ser utilizadas na Educação Matemática por meio do processo de ensino para colaborar com a apropriação de conceitos matemáticos pelos estudantes.

Como objetivo específico da pesquisa buscou-se:

1- identificar o perfil em relação ao conhecimento matemático dos alunos do 6º ano, o que sabem sobre os conceitos a serem abordados;

2- averiguar o contexto escolar desses alunos, porque isso influencia o modo como a Modelagem e as TICs podem ser utilizadas nas apropriações dos alunos; e

3- compreender melhor as formas de difusão do conhecimento utilizando a Modelagem Matemática e as Ferramentas Tecnológicas separadas ou agregadas, como caminhos ou alternativas para melhoria do processo de aprendizagem Matemática pelos estudantes.

Além desses aspectos, a hipótese central que permeou a pesquisa foi: que a turma em que as ferramentas Modelagem Matemática e Tecnologia foram aplicadas juntas com aulas diferenciadas, apresentasse melhores resultados comparativos do que a turma que não teve as mesmas possibilidades, e que fosse notado seu desempenho mais consistente, pois, essa turma teve contato com diferentes ferramentas e formas de ensino, além de que os estudantes dessa turma foram incentivados a interagirem com seus pares para lidar com desafios propostos, fatores que puderam ajudá-los a serem favorecidos com um conhecimento mais sólido e mais expressivo.

Profª Me. Camila Aparecida da Silva

CAPÍTULO 1

A MODELAGEM E A TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

1.1 O QUE É A MODELAGEM MATEMÁTICA?

Por tratar-se de um tema bastante atual, a Modelagem Matemática está presente em trabalhos de vários pesquisadores. Podemos encontrar discussões sobre como se estrutura um processo de Modelagem, como se pode trabalhar com Modelagem na Educação Básica, a Modelagem e a formação de professores, a Modelagem no desenvolvimento do pensamento algébrico das crianças, quais vertentes podem ser desenvolvidas com a Modelagem, ou seja, uma infinidade de possibilidades de estudos com a Modelagem Matemática.

Diante disso, este trabalho buscou se aproximar de pesquisas já elaboradas e situa-se na possibilidade de utilizar a Modelagem como um recurso didático, pedagógico e metodológico, relativos ao professor em sala de aula que tem por objetivo o desenvolvimento da capacidade de pensar, desenvolver e aprender dos estudantes.

Além desses aspectos, a Modelagem será apresentada, ao longo deste texto, como uma abordagem pedagógica para o ensino de Matemática, para alunos de 6º ano do Ensino Fundamental, anos finais. Porém, não é possível limitar a Modelagem ao espaço da sala de aula, ela é uma ferramenta que permite muitas possibilidades de aplicações. Para Burak (1994) há que se considerar que:

> [n]a 5ª série, os trabalhos desenvolvidos, seja durante a realização de projetos ou não, que têm tido uma maior incidência na escolha, são as maquetes. As maquetes de casa, de campo de futebol e de quadra poliesportiva têm despertado muito o interesse, tanto de alunos, quanto de alunas. Esses temas propiciam o desenvolvimento de, praticamente, todo o conteúdo da série, como também o conteúdo de outras séries. (BURAK, 1994, p. 54).

A análise de Burak (1994) reforça um objetivo, ou seja, o trabalho com a modelagem matemática é abrangente do ponto de vista didático. Vale ressaltar que o teórico configurou o seu trabalho com maquetes, diretamente, relacionado aos conceitos geométricos básicos que os estudantes necessitavam internalizar, para situarem-se no espaço.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o novo documento nacional que define as habilidades essenciais para todos os alunos da Educação Básica, e que servirá de ponto de partida para a elaboração dos currículos estaduais, municipais e particulares, o Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do Letramento Matemático[5], que carrega como competências e habilidades:

> [...] raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos,

[5] Segundo o BRASIL NO PISA (2015, p. 138) o "letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.".

> fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazerosa fruição (BRASIL, 2017, p. 264).

Ainda, nesse documento, é possível encontrar justificativas que reforçam que o desenvolvimento dessas habilidades está diretamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem matemática que se baseiam na análise das situações da vida cotidiana, relacionadas assim, com outras áreas de conhecimento e com a própria Matemática, podendo ser por meio de projetos e da própria modelagem:

> [o]s processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento **de projetos** e **da modelagem** podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (BRASIL, 2017, p. 264, grifo dos autores).

Silva (2016, p. 17-18), em sua dissertação intitulada "*Modelagem Matemática e Tecnologia no Processo de Ensino e Aprendizagem: perspectivas*" destaca que, desde muito tempo, o homem procurou estabelecer modelos em seu meio de convívio,

tanto para se comunicar, quanto para dirigir seus atos diante de qualquer situação.

Essa é uma característica natural do desenvolvimento humano e social que se estendeu ao ensino da Matemática, pois segundo Biembengut e Hein (2014, p.11) "[...] muitas situações do mundo real podem apresentar problemas que requeiram soluções e decisões. Alguns desses problemas contêm fatos matemáticos relativamente simples, envolvendo uma matemática elementar [...]", como a área de um terreno retangular, pois:

> [a]s atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem matemática nem Modelagem são "fins", mas sim "meios" para questionar a realidade vivida. Isso não significa que os alunos possam desenvolver complexas análises sobre a matemática no mundo social, mas que Modelagem possui o potencial de gerar algum nível de crítica. É pertinente sublinhar que necessariamente os alunos não transitam para a dimensão do conhecimento reflexivo, de modo que o professor possui grande responsabilidade para tal (BARBOSA, 2001, p. 4).

Diante disso percebemos que a necessidade de se criar modelos para nos dar suporte ao pensar sobre essas questões, é uma maneira de extrair a parte essencial do entendimento de um cálculo matemático, por exemplo,

> [o] objetivo fundamental do "uso" da matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com uma extraordinária economia de linguagem. Desta forma, a matemática pode ser vista como um instrumento intelectual

> capaz de sintetizar ideias concebidas em situações empíricas que estão quase sempre camufladas num emaranhado de variáveis de menor importância (BASSANEZI, 2009, p. 18).

A modelagem tem sua origem no conceito de "Modelo Matemático", que de acordo com Bassanezi (2009, p. 20) "[...] é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado".

A partir dessa definição, o autor menciona, também, que existem várias definições de modelo matemático. Porém, sob sua ótica, no que se refere à formulação desses modelos Bassanezi (2009) nos menciona que:

> [o]s modelos matemáticos podem ser formulados de acordo com a natureza dos fenômenos ou situações analisadas e classificados conforme o tipo de matemática utilizada: i. Linear ou não linear, conforme suas equações básicas tenham estas características; ii. Estatístico, quando representa a forma do objeto – por exemplo, a forma geométrica de um alvéolo; ou Dinâmico quando simula variações de estágios do fenômeno – por exemplo, crescimento populacional de uma colmeia; iii. Educacional, quando é baseado em um número pequeno ou simples de suposições, tendo, quase sempre, soluções analíticas. [...]; ou Aplicativo é aquele baseado em hipóteses realísticas e, geralmente, envolve interrelações de um grande número de variáveis, fornecendo em geral sistemas de equações com números parâmetros. (BASSANEZI, 2009, p. 20).

Figura 1 – Dinâmica da Modelagem Matemática

Fonte: Biembengut e Hein (2014, p. 15).

Já para Biembengut e Hein (2014, p. 13-15), a modelagem segue alguns procedimentos (etapas), subdivididas em seis sub-etapas, sendo elas: 1) *interação* – reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado (pesquisa); 2) *matematização* – formulação (hipótese) e resolução (do problema em termos matemáticos; 3) *Modelo matemático* – interpretação da solução e validação do modelo (uso).

1.2 O USO DO GEOGEBRA (*SOFTWARE* LIVRE) NO ENSINO DA MATEMÁTICA

No que concerne à Tecnologia, foi possível averiguar o seguinte pressuposto, a saber: há como utilizar meios que permitam colaborar com a abstração dos estudantes, na elaboração das estruturas de compreensão dos conteúdos matemáticos.

Uma constatação, de grande relevância foi que, nitidamente, o computador faz parte do cotidiano de muitas pessoas, e, por conta disso, o mundo se tornou informatizado.

Pensando, não apenas na Tecnologia de maneira isolada, ou, na prática de ensino de qualquer disciplina, além da matemática, mas, aliando, a Tecnologia também ao desenvolvimento da Modelagem Matemática foi possível perceber que:

> [a] dinamicidade de inúmeros *softwares* livres, hoje disponíveis no mercado, pode auxiliar alunos e professores na construção de gráficos e na observação da influência dos parâmetros bem como na realização de cálculos. Nesse sentido, a possibilidade de experimentar, de visualizar e de coordenar de forma dinâmica as representações algébricas, gráficas e tabulares, são vantagens da interação de atividades de modelagem com as mídias informáticas. Em termos gerais, o uso de tecnologias informáticas na Modelagem Matemática vem ancorado em algumas justificativas importantes: a) possibilita lidar com situações-problema mais complexas e fazer uso de dados reais, ainda que estes sejam em grande quantidade ou assumam valores muito grandes; b) permite que maior parte dos esforços se concentre nas ações cognitivas associadas ao desenvolvimento da atividade de modelagem, considerando que a realização de cálculos, aproximações e representações gráficas é mediada pelo uso do computador; c) possibilita lidar com situações-problema por meio de simulações numéricas ou gráficas, variando a parâmetros nas representações gráficas e (ou) algébricas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 31-32).

Foi possível analisar no material elaborado por Santos (2014) e outros colaboradores da UNICENTRO, localizada no Estado do Paraná - PR, que, cada vez mais, torna-se massiva a frequência das Tecnologias de Informação e Comunicação - TICs.

As TICs estão nas diversas atividades humanas, porém, no meio escolar ainda parece ir a passos lentos em relação a esse novo

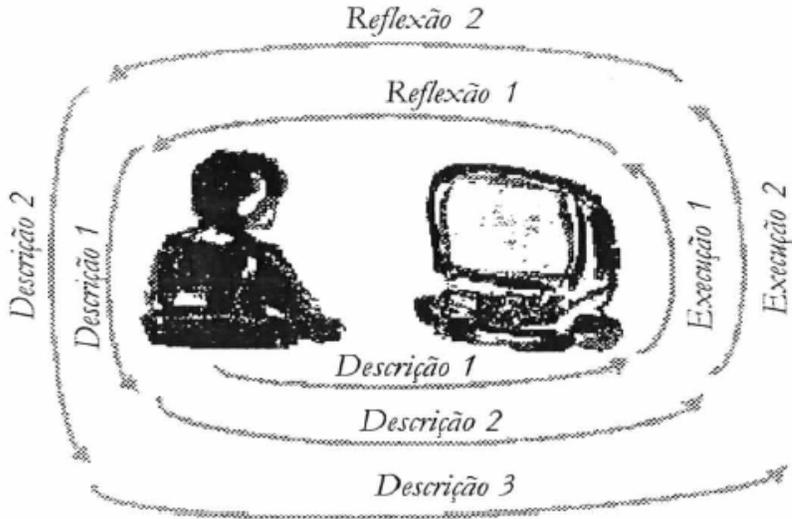
caminho. Isso, não é privilégio de uma realidade nacional isolada. Lévy (1993) já havia levantado essa questão, numa análise sobre a realidade escolar francesa, por exemplo.

Como o próprio nome diz, as Tecnologias de Informação e Comunicação - TICs consistem em dispositivos produzidos pelo engenho humano com a finalidade de obter, armazenar e processar informações, bem como estabelecer comunicação entre diferentes dispositivos, possibilitando assim, que tais informações sejam disseminadas ou compartilhadas.

Diversos dispositivos se prestam a essas finalidades: calculadoras, copiadoras, impressoras, telefone, rádio, televisão, computadores (incluindo nesse conjunto os *desktops*, *laptops*, *tablets* e *smartphones*), projetores de imagem, câmeras de vídeo ou fotográficas, dentre outros. Todos os dispositivos citados, sendo resultado do desenvolvimento tecnológico, incluem-se no conceito de TDICs.

Ao mencionar sobre Tecnologia na educação, faz-se necessário revisitar a *Espiral da aprendizagem na relação com o computador*, defendida por Valente (2002, p. 28). Nela, ele faz referência ao processo de assimilação-adaptação-acomodação, de Piaget, para explicar o processo de construção de conhecimento. E, por fim, conclui com a seguinte análise: de que o aprimoramento do pensamento e as equilibrações são mais bem representados como uma espiral, e não como ciclos, pois os ciclos sugerem a ideia de: repetição; periodicidade; ordem; e fechamento; com início e fim, no qual os conhecimentos não poderiam avançar criativamente, mas apenas estariam sendo repetidos em círculos. Já a espiral outorga a ideia de desenvolvimento progressivo, isto é, algo que cresce

continuamente, estando assim, mais adequada ao modelo que se passa na interação aprendiz-computador.

Figura 2 – Espiral da aprendizagem que ocorre na interação aprendiz-computador

Fonte: Valente (2002, p. 30).

Como mencionado, a presença das TICs, no meio educacional, tem se intensificado nos últimos anos. Há um grande incentivo, principalmente, por programas governamentais, com o objetivo de promover a inserção, efetiva, dessas ferramentas nas escolas.

Apesar disso, em muitos casos, observa-se uma grande dificuldade de integração efetiva das TICs, de modo a promover uma melhoria da aprendizagem dos estudantes. Um dos motivos dessa dificuldade de integração é, segundo Niskier (*apud*

RODRIGUES, 2009), a crença na substituição do professor pelo computador.

Faz-se necessário se desprender da ideia de que o professor, possivelmente, pode ser substituído pela máquina. Ajuda-nos a pensar, contrário a essa ideia de substituição, que a Tecnologia permite que o estudante seja ativo no processo de aprender; que a construção do conhecimento, por meio do fazer algo significativo e contextualizado, enriqueça a aprendizagem do indivíduo e que ela se torne efetiva. Isto é, o papel do erro tem uma importância muito grande nesse processo, pois, o estudante vai identificar a falha, reformular suas hipóteses e ações para corrigi-lo; o professor terá um papel importante como mediador de todo esse processo colaborando significativamente com o desenvolvimento da espiral da aprendizagem de Valente.

Ao utilizarem, de forma apropriada, com atividades que induzem à reflexão e a elaborações mentais, as TICs trazem ao meio escolar uma gama de possibilidades, até então impensáveis dentro do contexto das Tecnologias tradicionais (giz, quadro, etc.).

Atualmente, o poder de processamento gráfico de computadores, *tablets* e *smartphones* permitem que sejam executadas simulações, estabelecidas interações em tempo real, além, de se constituírem em mecanismos de discussão nos fóruns ou eventos virtuais.

Basta ver o sucesso das redes sociais na disseminação de fatos jornalísticos e a possibilidade de comentar e discutir tais fatos, potencializando assim, a formação de uma cultura de argumentação, ou seja, de busca de fundamentação.

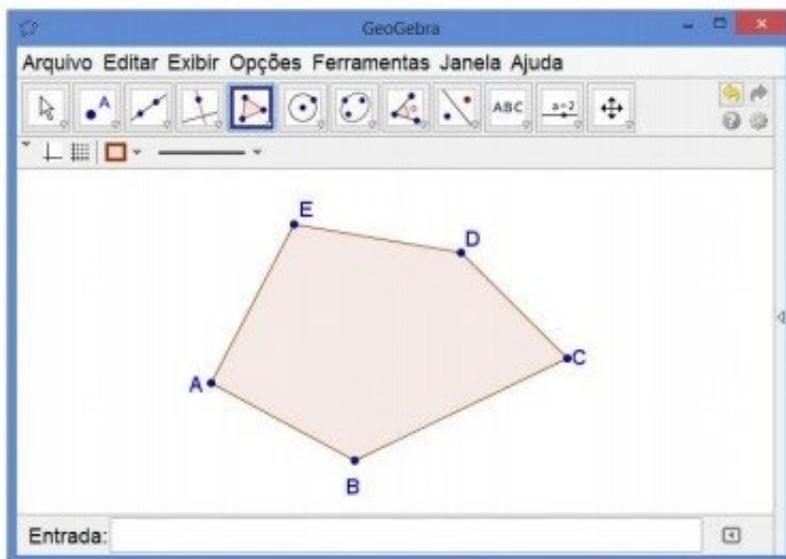
Diante disso, foi possível agregar o *Software* Livre GeoGebra ao ensino de Geometria para ilustrar aos estudantes as possibilidades de construções de figuras geométricas planas, para que eles pudessem ter a ideia de como se dá o cálculo de área e perímetro com as ferramentas tecnológicas, o que, possivelmente, poderia colaborar com a capacidade de compreensão e abstração deles, ajudando no processo de suas aprendizagens.

A escolha desse *software* se deu pelo fato de ser um *software* livre que tem a característica de ser gratuito, podendo ser baixado em computadores, *smartphones* e *tablets* gratuitamente, permitindo que qualquer pessoa com acesso à *internet* possa obtê-lo, ampliando assim, a sua abrangência com relação aos estudantes.

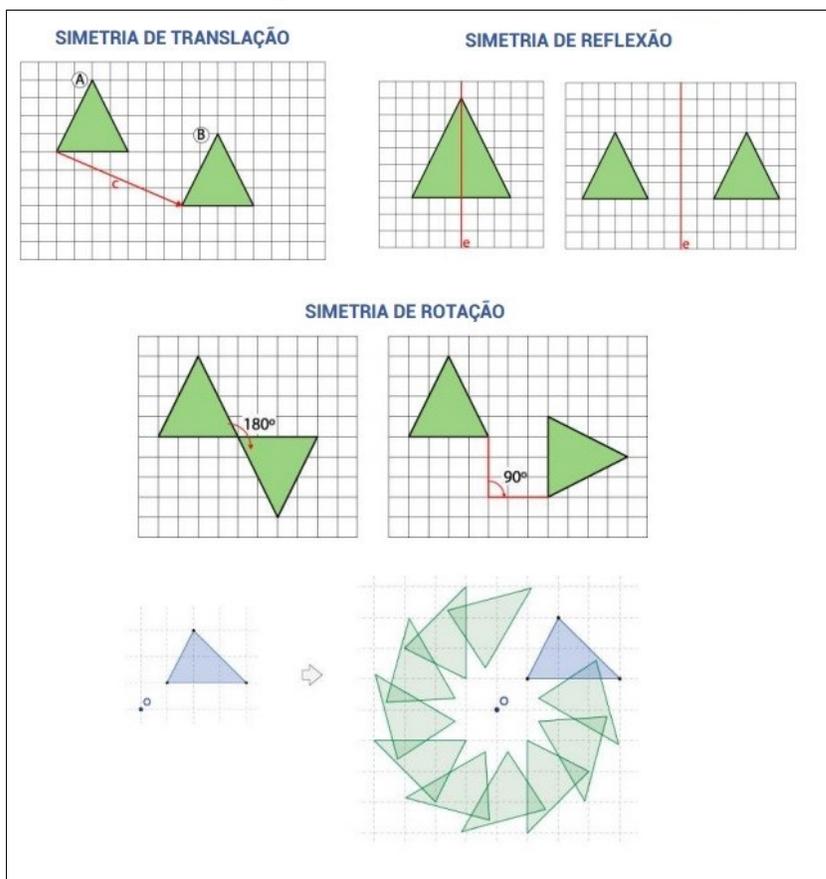
E, também, por fazer parte do conceito de *software* aberto, ou seja, ele oferece os elementos, mas, não atividades prontas. Pois, quem propõe as atividades e as executa são professores e estudantes. O estudante tem a possibilidade de construir coisas nele, livremente, e não apenas que se vá clicando e executando coisas, previamente, prontas e que não darão a contingência de uma abertura ou ampliação.

O *software* GeoGebra permite que seus usuários façam desde simples representações como retas, semirretas e segmentos de retas, passem a construir perpendiculares, paralelas, mediatriz, bissetriz, mediana, polígonos, funções, círculo, arco, setor, parábola, elipse, hipérbole, isometrias, e cheguem até construções mais complexas de formas tridimensionais, construção de jogos utilizando recursos gráficos e funções matemáticas, superfícies de revolução e curvas de nível a partir de uma função no plano cartesiano, tudo isso com uma aparência muito agradável aos olhos de qualquer estudante.

A seguir, apresento, por meio de figuras, alguns exemplos de possibilidades de criações, já mencionadas anteriormente.

Figura 3 – Polígonos[6]

Fonte: O Geogebra ([20--?], p.15).

[6] Vale ressaltar que a ferramenta Polígono possibilita construir polígonos regulares e irregulares a partir de pontos já construídos na Janela de Visualização ou mesmo a partir de pontos criados no momento do uso da ferramenta.

Figura 4 – Isometrias no Plano[7]

Fonte: O Geogebra ([20--?], p. 18-22).

[7] Na simetria de translação obtém-se uma imagem da figura original deslocada uma medida c dada, a qual pode ser representada por um vetor. Na simetria de reflexão há um segmento passando pela figura ou fora dela que atua como espelho, refletindo a imagem desenhada. Esse segmento recebe o nome de eixo de simetria. Na simetria de rotação, obtemos a imagem de um objeto por meio de um giro em torno de um ponto fixo, chamado de centro de rotação.

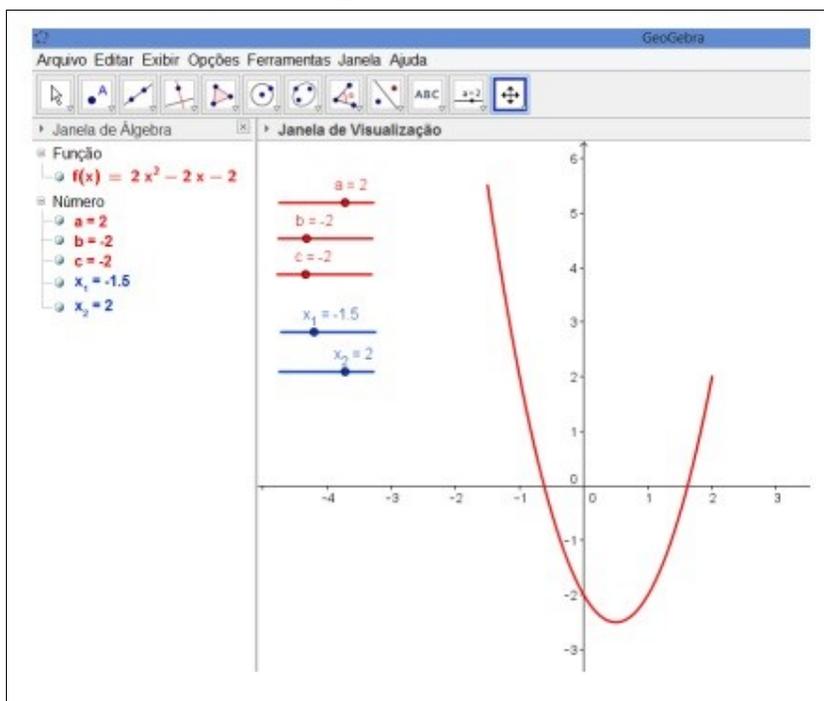
Figura 5 – Funções

Fonte: O Geogebra ([20--?], p. 24).

Figura 6 – Círculo, arco e setor

Fonte: O Geogebra ([20--?], p. 36-38).

Figura 7 – Parábola, elipse e hipérbole

Fonte: O Geogebra ([20--?], p. 40-42).

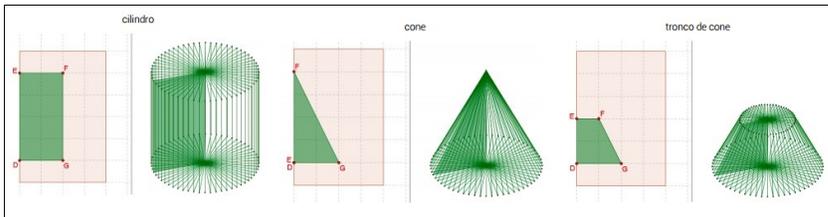
Figura 8 – 3D

Fonte: O Geogebra ([20--?], p. 64-65).

Figura 9 – Jogos no GeoGebra[8]

Fonte: O Geogebra ([20--?], p.67-70).

[8] O Jogo das Cores é formado por 15 quadrados e uma célula vazia dispostos em um arranjo 4 x 4. O objetivo do jogo consiste em a partir de uma disposição inicial obter uma disposição final a escolha do jogador.
O "15-puzzle" ou "Jogo do 15" é um antigo jogo de translações composto por um arranjo de 15 peças. Nesse jogo o objetivo consiste em organizar as peças em ordem crescente.

1.3 UM ELO ENTRE A DIDÁTICA E A MODELAGEM MATEMÁTICA

De acordo com Libâneo (2004, p. 115) a didática atual tem se nutrido dessas investigações em busca de novos aportes teóricos para atender a necessidades educativas presentes, especialmente as relacionadas com a formação de professores, considerando-se que a escola básica continua sendo um dos lugares de mediação cultural para a escolarização.

É de suma importância esclarecer que neste subcapítulo, pretende-se, elaborar algumas considerações acerca da importância da Formação de Professores, sem entrar nos pormenores da questão, mas, sim, que haja uma ressignificação dessa formação, com o intuito de melhorar, além do ensino da Matemática, o posicionamento de educadores frente à nova geração de estudantes, permitindo assim, que consigam atender às novas demandas cognitivas e comportamentais de jovens oriundos da era da Tecnologia. As mudanças nas formas de aprender afetam as formas de ensinar, em vista da subordinação das práticas de ensino à atividade de aprendizagem e às ações do aprender e do pensar.

Sendo assim, o que se espera da aprendizagem dos alunos também deverá ser esperado de um programa de formação dos próprios professores. Tais mudanças correspondem à expectativa do psicólogo russo Davydov: de que a escola de hoje, ensine aos alunos a orientar-se, independentemente, na informação científica e em qualquer outra, ou seja, que os ensine a pensar, mediante um ensino que impulsione o desenvolvimento mental (DAVÍDOV, 1988, p. 3).

Libâneo (2004, p. 122) menciona que para que isso ocorra, faz-se necessária uma estrutura da atividade do aprender, incluindo uma tarefa de aprendizagem, as ações de aprendizagem, ações de acompanhamento e avaliação, visando à compreensão do objeto de estudo em suas relações. O resultado disso é que os alunos aprendem como pensar, teoricamente, a respeito de um objeto de estudo e, com isso, formam um conceito teórico apropriado desse objeto para lidar, praticamente, com ele em situações concretas da vida. A educação escolar constitui-se numa forma específica de atividade do aluno – a atividade de aprendizagem – cuja meta é a própria aprendizagem, isto é, o objetivo do ensino é ensinar aos estudantes as habilidades de aprenderem por si mesmos - a pensar.

É fácil perceber a influência de fatores sociais, culturais, históricos e institucionais no desenvolvimento cognitivo, afetivo e moral dos indivíduos. As interpretações, recentes, da teoria da atividade dão relevo à contextualização sociocultural da atividade, a partir da compreensão da aprendizagem e do desenvolvimento como processos mediados. No livro *Pensamento e Linguagem,* Vygotsky (2008, p. 102) destaca a organização social da instrução: "[...] forma única de cooperação entre a criança e o adulto, o elemento central do processo educativo; e por este processo interativo se transfere conhecimento à criança em um sistema definido". Portanto, no processo de escolarização, é essencial criar contextos sociais para o domínio e internalização de processos mentais, nos quais está implicada a zona de desenvolvimento iminente ou proximal dos estudantes.

Ainda, para Libâneo (2004, p. 138) o trabalho do professor é, por conseguinte, um trabalho prático, entendido em dois sentidos:

o de ser uma ação ética orientada para objetivos envolvendo, reflexão; e o de ser uma atividade instrumental adequada a situações. A reflexão sobre a prática não resolve tudo, a experiência refletida não resolve tudo. São necessárias estratégias, procedimentos, modos de fazer, além de um sólido conhecimento teórico, que ajudam a melhor realizar o trabalho e, também, afinar a capacidade reflexiva sobre o que e como mudar. Feldman (2001) destaca que é possível propor um enfoque instrumental que não seja tecnicista, desde que instrumental seja compreendido como o desenvolvimento de meios pelo professor para obtenção de algum objetivo:

> [e]ste enfoque sugere que é possível aumentar nossa capacidade para uma prática mais consciente, racional e autônoma mediante processos significativos, assentados em uma recriação das possibilidades através da busca e da utilização prática de instrumentos didáticos (modelos de ensino, estratégias, técnicas específicas etc.). Defendo que um enfoque instrumental não é tecnicista porque recupera a dimensão prática da tarefa de ensino e a deliberação prática em âmbitos coletivos (FELDMANN, 2001, p. 113).

Libâneo (2004, p. 141-142), encerra seu raciocínio da seguinte forma: a psicologia histórico-cultural e a teoria histórico-cultural da atividade são teorias com grandes possibilidades de ajudar a compreender melhor o trabalho de professor e, em consequência, sua formação profissional. Elas podem ser úteis aos pesquisadores, aos formadores de professores, às instituições formadoras e aos professores, pois trazem um referencial teórico mais abrangente, juntando os componentes da prática profissional do professor numa

concepção unitária, uma vez que aborda a natureza e estrutura da atividade humana; a atividade do ensino no desenvolvimento humano; e a atividade de aprendizagem. Especialmente, no que diz respeito à compreensão da formação profissional por meio do trabalho real, das práticas correntes no contexto de trabalho e, não a partir do trabalho prescrito, ora aparece na visão da racionalidade técnica e ora como surge também na concepção de senso comum sobre formação que, ainda, vigora, fortemente, nas escolas e nas instituições formadoras.

> Uma dessas dificuldades diz respeito ao dilema entre o universalismo e o relativismo, presente na educação, na cultura e na ética, atingindo diretamente as questões tratadas aqui, especialmente os objetivos da educação escolar. Refere-se, de um lado, à existência de uma cultura e de valores universais e, por outro, à consideração do pluralismo das culturas e das diferenças. Defender os conteúdos científicos e o desenvolvimento do pensamento teórico equivale a desconsiderar as culturas particulares ou a proceder a uma imposição cultural? Será possível conciliar a posição relativista, em que os valores e práticas são produtos socioculturais, portanto decorrentes do modo de pensar e agir de grupos sociais particulares, com a exigência "social" de prover a cultura geral, acessível a todos, independentemente de contextos particulares? (LIBÂNEO, 2004, p. 142).

Tais questionamentos nos dirigem ao conceito de Modelagem Matemática, que valoriza o conhecimento prévio e o interesse dos alunos: como os conhecimentos serão e/ou são moldados no seu cotidiano, sua cultura e a atuação que terão e/ou têm em sua comunidade ao utilizar um conhecimento escolar, no meio em que vivem, viabilizando assim, as suas práticas diárias.

CAPÍTULO 2

OS TEÓRICOS E SUAS CONTRIBUIÇÕES

Neste capítulo, são apresentados e analisados os caminhos teóricos que desencadearam na elaboração deste texto.

Para tanto, organizamos o quadro teórico metodológico da pesquisa da seguinte maneira: primeiramente, os conceitos centrais bakhtinianos a respeito da *Filosofia da Linguagem*, por exemplo, elementos teóricos do que se logrou denominar de o círculo de Bakhtin como visto em Faraco (2009), no qual discutiremos aspectos centrais das contribuições de Voloshinov/Volosinov e seus influenciadores Saussure e Vossler. E, por fim, as teses centrais do Construtivismo, em particular, as proposições teóricas de Jean Piaget; o Construcionismo de Seymour Papert e principalmente a Teoria Histórico-cultural e o Sociointeracionismo, na perspectiva de Vygotsky, com uma visão que faz perceber as nuances das confluências que existem entre essas teorias e que possibilitam pensar em uma formação integral do indivíduo, valorizando os aspectos positivos que cada uma tem.

2.1 BAKHTIN, SEU CÍRCULO E DEMAIS INFLUENCIADORES

Bakhtin (*apud* Faraco, 2009) ansiava por estudar a linguagem para colocar em primeiro plano a maneira de se

comunicar e compreender as relações humanas. Para ele o imaterial é uma produção constituída pelos signos, que constitui a consciência humana, isto é, a palavra é um signo, e o semiótico é o mundo dos signos que nos leva a questionar: como compreender o mundo sem compreender a linguagem?

No contexto da filosofia da linguagem do círculo, analisado por Bakhtin (*apud* Faraco, 2009) destaca-se alguns aspectos das reflexões iniciais que os membros formularam: *unicidade e eventicidade do ser.* Diante disso, Faraco (2009, p. 21) conclui, a partir das análises de Bakhtin, que a unicidade "[...] se dá na ação, no ato individual e responsável (não indiferente). Nesse sentido viver é agir; e agir em relação a tudo o que não é ***eu***, em relação ao ***outro***."; contraposição eu/outro para Bakhtin.

Segundo Faraco (2009, p. 21) "[...] são, cada um, um universo de valores. O mesmo mundo, quando correlacionado comigo ou com o outro, recebe valorações diferentes, é determinado por diferentes quadros axiológicos". Daí componente axiológico compreendido como valores predominantes em uma determinada sociedade.

Para uma melhor compreensão sobre esse círculo há de se levar em consideração o dualismo entre teoria e vida, transpondo o mundo teórico para o mundo da historicidade viva, da unicidade, valorizando a relação eu/outro na dimensão axiológica.

> Esses dois mundos, [...] não se comunicam porque o mundo da vida, na sua eventicidade e unicidade, são inapreensíveis pelo mundo da teoria como ele se apresenta hoje, na medida em que nele não há lugar para o ser e o evento únicos. O pensamento

> teórico se constitui exatamente pelo gesto de se afastar do singular, de fazer abstração da vida (FARACO, 2009, p. 18).

Pensar nas Ciências da Natureza nos traz à ideia de encontrar no exterior as explicações para os fenômenos, isto é, buscar nos fatos científicos as explicações para muitos questionamentos, enquanto que as Ciências do Espírito nos remete a uma busca interior por respostas, a partir da experienciação psíquica - um sentir em conjunto com os outros. As Ciências Naturais nos direcionam para o saber monológico, enquanto que as Ciências Humanas nos faz desenvolver o saber dialógico:

> [...] as ciências naturais constituem uma forma de saber monológico em que o intelecto contempla uma coisa muda e se pronuncia sobre ela, enquanto as ciências humanas constituem uma forma de saber dialógico em que o intelecto está diante de textos que não são coisas mudas, mas a expressão de um sujeito (FARACO, 2009, p. 43).

Nesse sentido, ser letrado é mais do que ser alfabetizado. Ademais, significa ter aprendido a ler e a escrever em um contexto no qual a escrita e a leitura tenham sentido e, por conseguinte, façam parte da vida do estudante. No caso específico da linguagem matemática, ou, do letramento matemático, impõe-se a necessidade de ler o mundo, em seus significados, tendo como instrumento a sua linguagem, essencialmente, simbólica. Frente a isso, métodos e estratégias pedagógicas para ensinar Matemática não podem prescindir do conceito de letramento digital, isto é, da perspectiva de uma terceira linguagem que deve se articular com as Tecnologias.

Os pesquisadores que são inclinados a pensar sobre os modos de ensinar e aprender Matemática na escola, e sua evolução,

necessitam, também, refletir a forma como a Tecnologia transforma o modo humano de pensar e agir, desnudando os vínculos entre ela, a tecnologia, o poder e o processo de constituição do conhecimento. Sem isso, não há que se falar em dialogia ou em comunicação verbal.

Assim, quando falamos em gêneros, percebemos que se está inventando gêneros de acordo com as necessidades. Eles são plásticos e se modificam de acordo com a dinâmica da vida, isto é,

> [a] riqueza e a diversidade dos gêneros do discurso são infinitas porque são inesgotáveis as possibilidades da multifacetada atividade humana e porque em cada campo dessa atividade vem sendo elaborado um repertório de gêneros do discurso, que cresce e se diferencia à medida que tal campo se desenvolve e ganha complexidade (BAKHTIN, 2016, p. 12).

Existem os gêneros primários, mais próximos da vida, e à medida que eles vão sendo mais elaborados, transformam-se e complexificam-se acabando por se tornarem os gêneros secundários.

> Cabe salientar em especial a extrema *heterogeneidade* dos gêneros do discurso (orais e escritos). De fato, também devemos incluir nos gêneros do discurso as breves réplicas do diálogo do cotidiano (saliente-se que a diversidade das modalidades de diálogo cotidiano é extraordinariamente grande em função do seu tema, da situação e da composição dos participantes), o relato cotidiano, a carta (em todas as suas diversas formas), o comando militar lacônico padronizado, a ordem desdobrada e detalhada, o repertório bastante vário (padronizado na maioria dos casos) dos documentos oficiais e o diversificado universo das manifestações publicísticas (no amplo sentido do termo: sociais, políticas); mas aí também devemos incluir as variadas formas das manifestações científicas e todos os gêneros literários

> (do provérbio ao romance de múltiplos volumes) (BAKHTIN, 2016, p. 12).

Cada situação gera escolhas e por mais que uma escolha cotidiana seja mais simples, ela também gera uma necessidade de estrutura oral/verbal. Bakhtin (*apud* Faraco, 2009) menciona sobre *heteroglossia* (vozes), ou seja, devemos olhar os discursos a partir das situações da vida, isto é, o extra verbal, o que está além.

Quando se tem um enunciado, diz-se que é um elo dos enunciados do discurso. Esse enunciado atravessa esferas e áreas da vida. Ou seja, o enunciado não é uma coisa ou um objeto; há locutor (aquele que promove o discurso) e ouvinte, e cada um deles coloca suas apreciações no enunciado. Nenhum enunciado é neutro. Não dá para despojá-lo de tendência, pois, caso contrário, tira-se à sua vida.

Por exemplo, em uma entrevista há o "EU" e o "TU", mas, as pessoas só olham para o outro e não veem que há um diálogo. Pensamos estar fora desse discurso, nos isentando, tirando a responsabilidade e o aspecto responsivo e é nesse ponto que entra o extra verbal (constitutivo) do enunciado.

O extra verbal é aquilo que é vivido. Não basta ter apenas a língua em comum, mas é preciso ter também vivências em comum. Os sentidos são diversos, temos vários posicionamentos, pois os indivíduos se apropriam de informações e conhecimentos mediante diferentes meios. Estão em diferentes níveis. Um exemplo disso é o sentido que tem a sustentabilidade na ótica de um empresário, agricultor, de um dono de uma cooperativa de reciclagem e demais indivíduos.

Dessa forma, é possível perceber que os discursos ocupam diferentes camadas, ora densa, ora tensa. Essas camadas são as vozes das pessoas e dos grupos; as camadas são as posições axiológicas, os discursos são emaranhados que se cruzam. Tudo o que é denso é algo mais pesado, não é aparente. A aparência do discurso (oral ou escrita) significa que há essências/sentidos constituindo-os. E essa camada também é, por vezes, tensa, pois está sempre em confronto. Um discurso nunca é harmonioso e a tensão se manifesta nesse momento.

Com base no pensamento de Bakhtin (*apud* Faraco, 2009), é possível considerar que há uma diferença entre: comunicação verbal e troca verbal - o ato de se comunicar não leva em conta o outro, a relação de interlocução, já a troca - verbal, ao contrário da comunicação, considera e preocupa-se com o que o outro vai entender. A troca verbal é um trocando com o outro de uma forma mais profunda e não apenas uma simples interação. A troca, também, representa comunicação, isto é, o sujeito que comunica, que distribui o objeto de interação.

É possível diferenciar, pelo exemplo a seguir, o motivo pelo qual a troca é mais profunda que a comunicação: se pensássemos nos fatores econômicos ao sermos detentores de dinheiro, teríamos condições de comprar uma garrafa de água, neste caso, o que tem valor é o dinheiro para quem vende, e a água para quem compra. Porém, quando não há o dinheiro e temos apenas um sanduíche e precisamos de água, podemos dividi-lo ao meio e propor a troca por um copo de água. Isso é muito profundo, significativo e valoroso.

Voloshinov e Bakhtin (*apud* Faraco, 2009), sempre que evidenciam a língua ou linguagem estão enfatizando a oralidade; eles

tiram a importância da escrita, como se a fala fosse algo autônomo, organizado, Saussure (*apud* Sériot, 2015) compartilha do mesmo pensamento.

Na interpretação de Sériot (2015), Saussure comparava o signo a uma metáfora, como se o signo fosse uma moeda. Deve-se ter a cara e a coroa, um representa o significado e o outro o significante, têm-se o lado material, físico que pode ser percebido.

Ainda, na análise de Sériot (2015), se pensarmos no signo verbal como sendo a palavra, Saussure analisa que a palavra tem dois lados: o significante (material) e o significado (conceito). Um exemplo disso é que a palavra lousa, em que seu som é físico e, portanto, material, e o que entendemos por lousa é o seu conceito, ou seja, imaterial. Se o receptor não compreender a ideia, para ele o que foi dito não será signo, pois não terá sentido algum.

Fato, claramente, percebido, quando ouvimos uma palavra de um idioma que não dominamos, pois, só chegará a nós, nesse caso, o significante, que é o som, e não o signo: por não saber o que representa à sua tradução, ou, o seu real significado, não fará sentido algum.

A escrita independe da oralidade. Quando uma criança lê uma palavra, ela não sabe dizer ainda o que aquela palavra significa, pois para ela aquilo ainda não tem significado, ou seja, as crianças aprendem a ler, mas não a compreender.

Ademais, nas palavras de Sériot (2015), Saussure constata que a língua é um código. E codificar seria escutar a língua oral e descobrir o seu significado. Decodificar é voltar ao que era, quando a criança volta do oral para o escrito, quando aprende a transformar

o significante oral em escrito. Diante disso, um professor, enfrentando um momento semelhante a esse, tende a se preocupar em fazer conexões entre o sujeito e o objeto, pois, afinal, um enunciado só se constitui como enunciado quando tem materialidade.

> Bakhtin e Volosinov convocam em seus escritos *locutores* (indivíduos falantes) e não *enunciadores* constituídos como sujeitos pelo processo da enunciação [É impossível encontrar em Bakhtin ou Volosinov a ideia, fundamental para Benveniste, de que "é na e pela linguagem que o homem se constitui como sujeito" (Benveniste, 1996, p.259). Diferentemente do locutor, o sujeito da enunciação preexiste ao ato que é a enunciação, já que nela ele é "constituído".]. Volosinov não constrói uma teoria do sujeito (SÉRIOT, 2015, p. 14-15).

Já Sériot (2015) menciona que Voloshinov não trabalha com letras, ele pensa em grupos sociais harmônicos, estuda o diálogo, nem o locutor, nem o receptor, mas foca no enunciado e não no sujeito.

> Se em Bakhtin só existem locutores e não enunciadores, esta também é a razão pela qual só existem enunciados, e não uma enunciação, que admitiria um sujeito clivado. O sujeito em Bakhtin é um indivíduo concreto, real, único, ancorado numa situação, que tem a particularidade de estar em "diálogo" permanente com a fala dos outros indivíduos, isto é, de responder ao outro e de antecipar sua reação (SÉRIOT, 2015, p. 15).

A palavra é como se fosse uma parede (o todo) constituída por unidades singulares - as letras - que representam os tijolos da parede. Cada unidade exerce a sua função no todo. As letras não

podem ser olhadas individualmente como grafema e fonema, mas sim, cada unidade, relacionando-se umas com as outras (SÉRIOT, 2015).

De acordo com Sériot (2015) o linguista Voloshinov apura uma dupla natureza do signo quando se refere à filosofia do entimema, isto é, uma premissa subentendida ou oculta, não formulada, mas que leva a uma conclusão por trazer entre linhas um significado. Em lógica, designa-se por entimema um raciocínio em que uma premissa não é enunciada, mas subentendida. Por exemplo: "Sócrates é homem, logo é mortal". Subentende-se: "Todos os homens são mortais" (SÉRIOT, 2015, p. 83).

Para Sériot (2015), isso deveria ser tratado como marxismo e sociologia da linguagem. Porém, Voloshinov nunca foi membro de nenhum partido político, jamais cita Marx, política ou revolução em seus escritos, não objetiva fazer crítica social, nem qualquer programa revolucionário de ordem social, o que realmente o fascina é a relação de determinação-dependência absoluta do enunciado para com o contexto.

> Volosinov jamais se propõe *mudar* o que quer que seja, não manifesta nenhum indício de interesse por um grupo social desfavorecido que seria preciso defender ou apoiar, nenhum messianismo operário [...], ele jamais frequentou os bairros proletários, não propõe um programa para alfabetizar as massas iletradas (SÉRIOT, 2015, p. 73).

As teses marxistas de Voloshinov sobre a linguagem podem ser resumidas da seguinte maneira:

> [...] 1. a linguagem tem caráter significante; 2. A linguagem é um fenômeno coletivo; 3. O positivismo é um "culto do fato" (MFL, p. 10) e o psicologismo idealista explica todos os fenômenos ideológicos pela consciência individual, sendo essas duas abordagens igualmente inaceitáveis. Essas três teses, que em nada, são incompatíveis com Saussure [...] nada tem de especificamente marxista; nos anos 1920, elas começavam a fazer parte da bagagem geral de toda teoria linguística que questionava o dogma naturalista das "leis" fonéticas (SÉRIOT, 2015, p. 75).

Para Voloshinov a linguagem não tem padrão que a defina como algo acabado e não reconhece normas; para ele tudo é singular. Ainda defende que a palavra é neutra. A palavra é considerada pura para ser contaminada; sensível para ser atingida e neutra para ser violentada (SÉRIOT, 2015).

> [a] vivacidade e a acuidade ideológicas que os idealistas vosslerianos introduzem na linguística contribuem para esclarecer certos aspectos da língua que o objetivismo abstrato tornara inertes e congelados. E devemos ser-lhes gratos. Eles estimularam e reavivaram a alma ideológica da língua, qual parecia, entre as mãos de certos linguistas, uma natureza morta [...] (SÉRIOT, 2015, p. 100).

Assim, Voloshinov como discípulo de Vossler, não esconde sua preferência pelo indivíduo que defendia a inversão da ordem de uma análise, colocando assim, a obra em primeiro lugar, e as sentenças em segundo, palavras, em terceiro e sons em quarto lugar; e, também, dos valores vosslerianos de vida e morte.

2.2 O CONSTRUTIVISMO E O ESTÁGIO OPERATÓRIO CONCRETO, DE JEAN PIAGET

Quando se fala em Piaget logo vem à tona o conceito "construtivismo" que para Becker (1992) significa a ideia de que nada, a rigor, está pronto, acabado, e de que, especificamente, o conhecimento não é dado, em nenhuma instância, como algo terminado. Ele se constitui pela interação do indivíduo com o meio físico e social, com o simbolismo humano, com o mundo das relações sociais; e se constitui por força de sua ação e não por qualquer dotação prévia, na bagagem hereditária ou no meio, de tal modo que podemos afirmar que antes da ação não há psiquismo nem consciência e, muito menos, pensamento.

O construtivismo para Becker (1992) é, portanto, uma ideia, melhor, uma teoria, um modo de ser do conhecimento ou um movimento do pensamento que emerge do avanço das Ciências e da Filosofia, dos últimos séculos. Uma teoria que nos permite interpretar o mundo em que vivemos. No caso de Piaget, o mundo do conhecimento: sua gênese e seu desenvolvimento. Então, o construtivismo não é uma prática, ou, um método; não é uma técnica de ensino, nem uma forma de aprendizagem; não é um projeto escolar; é, sim, uma teoria que permite (re)interpretar todas essas coisas, jogando-nos para dentro do movimento da História da Humanidade e do Universo.

Não se pode esquecer que, em Piaget, aprendizagem só tem sentido na medida em que coincide com o processo de desenvolvimento do conhecimento do indivíduo, com o movimento das estruturas de sua consciência. Por isso, soa muito esquisito dizer que um método é construtivista, e mais ainda, que um currículo é

construtivista, ou seja, atribuir um processo evolutivo a algo inanimado.

Piaget (*apud* Richmond, 1981) trabalha a ideia de desenvolvimento intelectual como um processo, ou seja, com bases biológicas ele categorizou estágios em que podemos perceber características específicas de um indivíduo durante seu crescimento e, consequentemente, a possibilidade de se prever comportamentos e capacidade cognitiva em cada período de desenvolvimento:

> [...] Piaget dividiu a sequência desenvolvimental em estágios e períodos. A extensão desses estágios e períodos é determinada com o emprego da idade cronológica. Contudo, os escritos de Piaget tornam claro que as idades por ele dadas para certos níveis de pensamento podem ser consideradas como linhas-mestras ou médias aproximadas do desenvolvimento das crianças. Pode-se esperar que haja considerável desvio dessas normas. Algumas crianças não chegam ao fim da sequência desenvolvimental. Algumas atingem determinado estado mais tarde ou mais cedo do que outras. Em qualquer estágio da sequência, estão presentes modos de pensamento característicos de estágios anteriores e em certas ocasiões crianças podem reverter a modos de pensamento mais característicos de anos anteriores (RICHMOND, 1981, p. 25-26).

Portanto, Piaget (*apud* Richmond, 1981) organiza esses estágios de desenvolvimento, partindo do princípio que as diferentes etapas cognitivas apresentam características próprias e cada uma delas constitui um determinado tipo de equilíbrio.

Marin (2017, p. 32) analisa que ao longo do desenvolvimento mental passa-se de uma para outra etapa buscando um novo e mais completo equilíbrio que depende, entretanto, das

construções passadas. Assim, não é possível a criança se desenvolver pulando etapas. Ela, certamente, conseguirá passar ao próximo estágio, a partir do momento em que acomodou as informações do estágio em que se encontrava não tendo nada "pendente" e que possa se tornar um obstáculo na fase seguinte.

Vale ressaltar que a sequência das etapas é sempre invariável. Muito embora, como já visto, a época em que as etapas são alcançadas pelas crianças se diferenciem e, mostrem-se, também, relativas. De igual modo, as etapas do desenvolvimento cognitivo não são reversíveis: ao se construir uma determinada capacidade mental, não mais é possível perdê-la.

Piaget sempre defendeu a ideia de que a inteligência surge a partir de processos que envolvem assimilações, equilibrações e acomodações de modo que o sujeito seja capaz de moldar as construções de suas estruturas lógicas, isto é, evoluindo conforme os estágios e períodos pelos quais o indivíduo vai perpassando.

Figura 10 – Diagrama do Processo de Adaptação Mental

Fonte: Richmond (1981, p. 104).

Palangana (2015, p. 27-34) colabora esclarecendo que, de acordo com a concepção piagetiana, o desenvolvimento cognitivo das crianças ocorre em quatro estágios, a saber: sensório-motor, do nascimento até os 2 anos, momento em que à falta de função simbólica, o bebê ainda não apresenta pensamento nem afetividade ligados a representações, que permitam evocar pessoas ou objetos na ausência deles; pré-operacional, dos 2 aos 7 anos em que o principal progresso é o desenvolvimento da capacidade simbólica em suas diferentes formas: a linguagem, o jogo simbólico, a imitação postergada dentre outros; operatório concreto, dos 7 aos 12 anos as ações são interiorizadas e se constituem operações, o que construía no plano da ação, agora consegue reconstruir no campo da representação, é neste estado que a criança é capaz de cooperar; e, por fim, operatório formal, a partir dos 12 anos é onde a criança é capaz de distinguir entre o real e o possível.

Diante disso, é possível perceber que podem ser percebidas as capacidades cognitivas, de acordo com o estágio em que a criança, ou, adolescente se encontra. Isso, muito colabora para identificação de falhas, e assim, por conseguinte, lidar com um estudante que tem dificuldade em desenvolver algum conteúdo. Às vezes, os jovens carregam problemas de aprendizagem por sua caminhada acadêmica, justamente, pelo fato de que em algum estágio ele foi desequilibrado por algum conhecimento, mas, não conseguiu equilibrar e acomodar as informações para transformar isso tudo em aprendizagem.

Entretanto, Santos (2017) destaca, do ponto de vista sociológico, que esses mesmos estágios vêm acompanhados de

relações interpessoais, que por diversas vezes acabam sendo tensas, devido à rotulação que se dá ao indivíduo em desenvolvimento:

> [o] que se media a respeito desses conflitos de gerações, entre os adolescentes e os adultos, são os interesses e os objetivos dessas dissidências. Espera-se que os adultos possam ter condições psicológicas, emocionais, cognitivas, racionais e afetivas suficientes para poder compreender o contexto da situação histórico e social a fim de buscar uma solução em conjunto com os jovens e harmônica, já que o adolescente precisará compreender, perceber e enxergar o mundo por um novo ângulo, até então, imperceptível na fase infantil (SANTOS, 2017, p. 24).

Dessa forma, para uma melhor compreensão sobre os estudantes que participaram da pesquisa que suscitou neste texto, foi necessário buscar referências no estágio operatório concreto, que, segundo Palangana (2015, p. 30-32), a criança ainda não consegue trabalhar com proposições (enunciados verbais), ou seja, para o cognitivo não há a possibilidade de haver lógica, independente, da ação. Isto é, elas organizam as ações com o que está presente, prendendo-se à realidade concreta.

De acordo com Santos (2017) para Piaget, é um estágio que implica relação de troca, destacando a importância da objetividade e a coerência do pensamento para o equilíbrio cognitivo. Neste estágio, a criança se coloca de forma mais sociável, abnegando-se de uma configuração individualizada/egocêntrica, uma vez que agora as regras ou leis de raciocínio são ditadas pela lógica, o que a ajuda a compreender o pensamento alheio, e, também, posicionar-se de forma que seu pensamento e argumentação sejam aceitos pelas outras pessoas.

> Nessa fase, o sistema de regulação, até então instável, recupera o equilíbrio entre os mecanismos de assimilação e os de acomodação, quando o pensamento alcança o nível da reversibilidade. O esquema de raciocínio já não supõe uma oposição entre as situações estáticas e as transformações. Agora, a criança está apta para entender que as situações estáticas podem ser subordinadas a transformações, pois compreende que cada estado dos objetos, das situações etc. se concebe como resultado de uma transformação (PALANGANA, 2015, p. 31).

Piaget e Inhelder (2013, p. 120-121) expressam, no tocante às ideias ou proposições que, "[...] é indispensável que seja reportada a lógica simbólica ou algorítmica moderna, muito mais próxima do trabalho real do pensamento que o silogismo de Aristóteles [...]", ou seja, que no campo da lógica pode ser complexo e incompreensível para a criança que se encontra no estágio operatório concreto, visto que o silogismo é um tipo de argumento lógico que aplica o raciocínio dedutivo para extrair uma conclusão de duas ou mais proposições, que se supõe que sejam verdadeiras.

Em sua versão mais antiga, formulada pelo filósofo grego Aristóteles, um silogismo é formado por três proposições: uma afirmação geral, as quais definem como premissa maior; seguida de uma proposição de afirmação específica, as quais definem como premissa menor; e uma conclusão, ou, consequente, que é deduzida das duas premissas. Exemplo: Premissa maior: Todo X é Y. / Premissa menor: Z é X. / Conclusão: Z é Y.

Para Palangana (2015, p. 30-32) é nesse estágio que é necessário superar o raciocínio transdutivo – ligação de fatos que não mantem relação entre si – presente no estágio anterior, para outro mais adaptativo, isto é, indutivo - o raciocínio que, após considerar

um número suficiente de casos particulares, conclui uma verdade geral. Quando a criança assimila da parte para o todo, utilizando as operações lógicas elementares, ela, provavelmente, terá a possibilidade de reconstituir o caminho percorrido pelo pensamento, que implicam operações de reversibilidade. Mas para que isso seja possível, é necessário além da interiorização ou previsão do resultado, que pelo menos uma das propriedades seja invariável durante a operação para que ela possa voltar à situação anterior, o que desenvolve nesse estágio o conceito de conservação.

Além das transformações cognitivas, percebe-se que ocorre, ainda, nesse mesmo estágio o abandono do pensamento fantasioso, a consequente necessidade de comprovação empírica das elaborações mentais e a diminuição das atitudes egocêntricas, observando assim, a reciprocidade entre pontos de vista nas relações sociais. A criança começa então a perceber suas próprias contradições e tende à descentração ou à socialização de seu pensamento.

> Por exemplo, todas as crianças de nove a dez anos sabem seriar as cores melhor ainda que os tamanhos, mas fracassam totalmente em responder uma pergunta, feita por escrito, como esta: “Edith tem os cabelos mais escuros que Lili. Edith é mais clara que Suzana. Qual das três tem os cabelos mais escuros?” Respondem em geral que, Edith e Lili sendo morenas, Edith e Suzana sendo claras, Lili é a mais morena, Suzana, a mais clara e Edith, meio clara, meio morena. Só alcançam portanto, no plano verbal, uma seriação por pares não coordenados, do mesmo modo que os de cinco ou seis anos nas seriações concretas. É por este motivo, em especial, que sentem uma tal dificuldade em resolver na escola problemas de aritmética, embora estes dependam de operações bem conhecidas. Se manipulassem os objetos, raciocinariam sem obstáculos; mas os

> mesmos raciocínios sob formas de enunciados verbais, isto é, no plano da linguagem, torna-se muito mais difíceis, já que ligados a simples hipóteses sem realidade efetiva (PIAGET, 2010, p. 59).

Contudo, faz-se necessário um olhar mais atento à transição analisada acima, pois é durante a fase em que as operações da inteligência infantil que são concretas, visuais e palpáveis começam a distanciar-se do real, e, por conseguinte, se os sujeitos são levados a raciocinar sobre hipóteses verbais, facilmente, estarão perdidos e remetendo-se à intuição pré-lógica dos menores. E, da perspectiva lógico-matemática, isso é preocupante, pois diante da incapacidade da abstração, é possível que os estudantes sintam grande dificuldade em resolução de problemas que envolvam simples operações matemáticas, tão conhecidas por eles.

A vida contemporânea, em rede virtual, cria uma nova estrutura social, na qual sujeitos estabelecem laços interpessoais e trocas de informações, consolidando-se um sentimento de pertença e de construção de uma identidade social cuja participação exige ampliar as concepções de letramento matemático, uma vez que o ambiente no qual tais relações se concretizam, é pautado, essencialmente, pelo simbolismo da linguagem.

Nesse sentido, para Picetti (2008, p. 69) a abstração que significa: retirar algo de alguma coisa, apoia-se sobre as atividades cognitivas do sujeito – coordenações de ações –, e delas retiram caracteres para utilizar para outras finalidades. Além disso, é possível construir estruturas novas a partir da reorganização de elementos tirados das estruturas anteriores, criar e recriar novas coordenações que acarretam construções de formas em relação aos conteúdos:

> [...] há dois tipos básicos de abstração: a empírica e a reflexionante. A abstração reflexionante desdobra-se em abstração pseudoempírica e refletida. A abstração empírica é apoiada sobre os objetos físicos ou sobre os aspectos materiais da ação. Nesse tipo de abstração, as propriedades dos objetos existem antes de qualquer constatação do sujeito. Recapitulando, a abstração empírica consiste na retirada, pelo sujeito, das informações do objeto ou das características materiais das ações do sujeito. No processo de abstração empírica o sujeito busca alcançar o dado que lhe é exterior, isto é, "[...] visa a um conteúdo em que os esquemas se limitam a enquadrar formas que possibilitarão captar tal conteúdo" (p. 5). A abstração reflexionante consiste na retirada, pelo sujeito, das qualidades das coordenações das próprias ações. É um processo que procede das ações ou operações dos sujeitos, remetendo para um plano superior o que foi retirado de um nível inferior de coordenações de ações. Nesse nível superior esse material é reorganizado pela reflexão. A partir disto leva para composições novas e generalizadoras. "[...] a abstração "reflexionante" [...] apoia-se sobre as coordenações das ações do sujeito, podendo estas coordenações, e o próprio processo reflexionante, permanecer inconscientes, ou dar lugar a tomadas de consciência e conceituações variadas" (PIAGET, 1995 *apud* PICETTI, 2008, p. 69).

Para dar base ao trabalho empírico que foi desenvolvido na pesquisa, sobre as possíveis contribuições da Modelagem Matemática e da Tecnologia ao ensino e à aprendizagem da Matemática, junto aos sujeitos que estão entre o estágio operatório concreto ou na transição dos estágios, operatório concreto ao operatório formal. Diante disso, considera-se que há fundamentação suficiente nesses estágios para uma melhor compreensão acerca da capacidade de abstração do sujeito,

mostrando assim, que são capazes de desenvolver estruturas mentais para acomodar as informações relacionadas à Matemática junto com ferramentas Didáticas e Tecnológicas.

> O aumento da complexidade de informação sobre o ambiente, que operações concretas desenvolvidas produzem, estimula uma reforma daquelas estruturas. O esquema de "sendo iguais todas as outras coisas" é empregado e classes são combinadas com classes. Emerge um conjunto de todas as combinações possíveis, ao qual Piaget se refere como sistema combinatorial. As forças separadas de reversibilidade presentes em operações concretas ficam integradas em um sistema. Ambas essas mudanças são também integradas durante a adolescência para formar um todo estruturado. Este sistema total produz operações formais amadurecidas. Os subprodutos disso são: uma inversão de pensamento na qual o real se torna um caso especial do possível, pensamento proposicional e a estratégia hipotético-dedutiva. Aparecem outras conservações que exigem operações formais para sua existência, por exemplo, volume, inércia etc (RICHMOND, 1981, p. 89-90).

O uso social da Tecnologia é abrangente, e no âmbito educacional pode impactar o campo da cognição, permitindo o acesso rápido à informação e impondo a reconfiguração profunda das práticas escolares, confrontando as condutas pedagógicas ditas tradicionais. Cria-se um novo cenário ao pensamento, à aprendizagem e à comunicação humana, definindo-se novas formas de pensar, agir e se expressar.

2.3 O CONSTRUCIONISMO DE SEYMOUR PAPERT[9]

Papert (1994) procura explicar a diferença entre o instrucionismo e construcionismo: fundamenta o instrucionismo no princípio de que a ação de ensinar é fortemente relacionada com a transmissão de informação; já o construcionismo assenta-se na "atitude ativa" do aluno que adquire a capacidade de construir "o seu próprio conhecimento", ou seja, de desenvolver-se a partir do que ele conheceu.

Seguindo o raciocínio de Papert, o instrucionismo é a ideologia presente na escola atual, já que o papel principal no processo de ensino é do professor, pois é ele o transmissor de conhecimento. Ao aluno cabe, apenas, assimilar e assumir como verdade o que o professor transmite. Esta atitude faz do aluno um agente passivo no processo ensino e aprendizagem. Além, de dar ênfase à ideia de hierarquia e de heteronomia, e não de autonomia que forma cidadãos conscientes e atuantes. Com isso, Freire (1996, p. 96) afirmava que "[...] uma pedagogia da autonomia tem de estar centrada em experiências estimuladoras da decisão e da responsabilidade, em experiências respeitosas da liberdade".

Camacho (2010, p. 11) demonstra que para explicar a ideia construcionista, Papert cita um provérbio africano: "[...] se um homem tem fome, poderás dar-lhe um peixe, mas no dia seguinte ele terá fome novamente. Se lhe deres uma cana de pesca e lhe

---

[9] A teoria construcionista foi criada por Seymour Papert (1928-2016). Nascido na África do Sul, graduou-se em Matemática no ano de 1949 e tornou-se PhD em Matemática em 1959, na *Cambridge University*. Ele é um dos pioneiros na história da Informática na Educação, preocupando-se com a relação entre o homem e a tecnologia e com a natureza da aprendizagem, buscando ressignificar os princípios psicológicos e pedagógicos, tais como o aprender-fazendo, a aprendizagem significativa e reflexiva, a afetividade e a interação, integrando-os no contexto computacional (MARIN, 2017, p. 11).

ensinares a pescar, ele nunca mais terá fome". Podemos, então, dizer que a atitude de dar o "peixe" assemelha-se à atitude instrucionista de "dar conhecimento". No entanto, é uma solução a curto prazo.

O construcionismo propõe que sejam fornecidas as ferramentas necessárias para que as crianças possam descobrir e explorar o conhecimento. Essas ferramentas, segundo Papert, são os computadores. Mas para pescar não são suficientes o conhecimento e as ferramentas, é também, necessário, que pesquemos em águas férteis. Isso leva-nos a perceber o conceito de "micromundos" proposto por Papert (1994), como a "Matelândia", ou seja, as "águas férteis" para "pescar" o conhecimento matemático.

Papert (*apud* Camacho, 2010, p. 11) propõe, ainda, a criação de uma nova disciplina, a "Cibernética para as crianças" que pode ser caracterizada como o "[...] grão de conhecimento necessário para uma criança inventar e construir [...]", sendo que, essa disciplina teria conexões com outras áreas intelectuais. Assim, com a Cibernética os conhecimentos adquiridos seriam, realmente, utilizados e não apenas aprendidos. Esta disciplina permitiria às crianças terem um *feedback* sobre o que aprenderam e não, como acontece, na escola, atual: absorver o que lhes é transmitido e fechar numa gaveta. Tem de haver uma aplicação daquilo que se aprende e todas as áreas intelectuais têm de estar interligadas para cumprirem o propósito da educação: formar um ser humano na sua totalidade.

No início de seu livro, Papert (1994) introduz com uma parábola (termo utilizado pelo próprio autor) no qual descreve qual seria a reação de um grupo de viajantes do tempo oriundos do final do século XIX e que teriam a oportunidade de visitar o mundo no final do século XX, a saber:

> [i]magine um grupo de viajantes do tempo de um século anterior, entre eles um grupo de cirurgiões e outro de professores primários, cada qual ansioso para ver quanto as coisas mudaram em sua profissão a cem anos ou mais no futuro. Imagine o espanto de os cirurgiões entrando numa sala de operações de um hospital moderno. Embora pudessem entender que algum tipo de operação estava ocorrendo e pudessem até mesmo ser capazes de adivinhar o órgão-alvo, na maioria dos casos seriam incapazes de imaginar o que o cirurgião estava tentando fazer ou qual finalidade dos muitos aparelhos estranhos que ele e sua equipe cirúrgica estavam utilizando. Os professores viajantes do tempo responderiam de uma forma muito diferente a uma sala de aula de primeiro grau moderna. Eles poderiam sentir-se intrigados com relação a alguns poucos objetos estranhos. Poderiam perceber que algumas técnicas-padrão mudaram – e provavelmente discordariam entre si quanto a se as mudanças que observaram foram para melhor ou para pior –, mas perceberiam plenamente a finalidade da maior parte do que se estava tentando fazer e poderiam, com bastante facilidade, assumir a classe. Uso esta parábola para oferecer uma medida rudimentar da desigualdade do progresso nas diversas frentes da mudança histórica (PAPERT, 1994, p. 9).

Papert (1994) enfatiza que o grupo de médicos ficaria espantadíssimo com os avanços da medicina e, dificilmente, conseguiriam exercer a sua profissão nessa época com os conhecimentos que tinham. Já o grupo de professores entraria na sala de aula e, desconhecendo apenas uns quantos materiais novos, não teriam dificuldade em assumir a aula. Por meio dessa parábola, o autor questiona porque é que as mudanças que se verificaram em tantas áreas da atividade humana, não se verificaram, também, na escola.

Esse autor acredita na interação homem e máquina, colocando a máquina como uma fonte de informações, no qual a criança pode ser autônoma. Ou seja, pesquisar coisas que as inquietam e que as farão buscar o desenvolvimento através das informações acessadas por meio dos seus próprios interesses. O que vem reforçar, também, Camacho (2010, p. 7) quando menciona que Papert fala na "[...] Máquina do Conhecimento [...]" (uma ideia utópica do autor) que teria por objetivo "[...] tornar todo o conhecimento disponível".

Isto é, podemos ver no computador uma espécie de Máquina do Conhecimento, pois é uma ferramenta que não só proporciona o divertimento e a motivação necessária ao jovem/criança para aprender, como, também, ajuda a responder às perguntas dessas crianças, sem a supervisão de um adulto. Ou seja, proporciona a autonomia necessária para que a criança aprenda sem estar dependente das respostas de um adulto.

Papert (1994) diz que há muitos esforços por parte dos educadores em compreender como ocorre a aprendizagem, porém, faz uma crítica ao mencionar que esses pesquisadores ficam muito distantes do objeto de pesquisa central, no caso a criança. O distanciamento e frieza levam a uma generalização que não respeita a individualidade de cada estudante, resumindo-os a um grupo de comportamentos semelhantes que se pressupõe serem todos comandados.

Se fossem proporcionadas as ferramentas necessárias para que as crianças pudessem tomar as rédeas do seu próprio desenvolvimento, poderíamos ter, no futuro, uma sociedade formada por cidadãos competentes, livres, com capacidade de agir por juízo próprio e capaz de tomar as rédeas de sua aprendizagem.

Para Papert (1994) a ferramenta que pode proporcionar essa mudança na educação é o computador, pois o computador concede às crianças a capacidade de descobrirem e pesquisarem segundo os seus próprios interesses.

Camacho (2010, p. 8-9) destaca que na concepção de Papert, um dos grandes problemas do ensino atual é: a falta de motivação dos estudantes que, em parte, é determinada pelo fato de os jovens não perceberem a utilidade do que aprendem. E, grande parte dos professores, tende a não tentar mudar essa perspectiva.

Aqui, podemos referir um relato de Papert (1994) que faz referência a esse comportamento dos professores, por exemplo, uma professora, quando questionada sobre o fato de um dos seus alunos não estar trabalhando, ou se aprofundando com a linguagem Logo, respondeu que o aluno já dominava a linguagem. Então, sugeriu que ele fizesse outras atividades que não estivessem relacionadas com essa linguagem. Portanto, os alunos não têm, segundo a perspectiva de muitos professores, que utilizar os conhecimentos adquiridos, mas sim, apenas o saber. Esse, também, é o tipo de "modelo bancário" da educação (metáfora de Paulo Freire) em que "[...] o conhecimento é tratado como dinheiro, para ser guardado num banco para o futuro" (FREIRE, 1996).

Por fim, Papert (1994) defende que deveríamos dar mais ênfase à aprendizagem e, é a partir desse contexto que surge a palavra Matética. Ainda, relaciona à heurística com a matética, mas define, claramente, que a heurística é a "arte da descoberta intelectual" e, nos dias atuais, é aplicada à resolução de problemas. Enquanto, a matética envolve pensar sobre o problema, e isso promove a aprendizagem, não, simplesmente, saber as regras para resolver um problema.

Diante disso, na matética é fundamental dar-se tempo a si mesmo para poder observar e refletir sobre o problema, além, de promover a discussão, pois a comunicação promove a aprendizagem. Essa comunicação deve ser livre de qualquer repressão e mediada pelos professores nas suas aulas, já que a partir da reflexão e discussão os alunos tendem a fazer conexões com outros temas e, até com outros problemas que podem ajudá-los no seu desenvolvimento intelectual.

No entanto, na escola atual não é dado tempo suficiente aos alunos para refletirem sobre os problemas que lhes são propostos, quanto mais para discutirem sobre as possíveis estratégias a seguir. Desta forma, é possível que os alunos não consigam passar por todo o processo, de uma beleza e complexidade raras, que permite fazer conexões e abrir novos horizontes na aprendizagem. Essa é uma das duras críticas de Papert (1994) a esse modelo de escola.

2.4 A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E O SOCIOINTERACIONISMO NA PERSPECTIVA DE VYGOTSKY

De acordo com Rego (2014, p. 38), retomando o que foi mencionado na introdução, a teoria histórico-cultural ou sócio-histórica do psiquismo, também ficou conhecida como abordagem sociointeracionista e tem como objetivo central caracterizar os aspectos, tipicamente humanos, do comportamento e elaborar hipóteses de como essas características se formaram ao longo da história humana e de como se desenvolvem durante a vida de um indivíduo.

Desse ponto de vista, essa perspectiva projetava responder três questões, que segundo Vygotsky (*apud* Rego, 2014), vinham sendo tratadas, inadequadamente, pelos estudiosos interessados na psicologia humana e animal:

1ª - Tentativa de compreender a relação entre os seres humanos e o seu ambiente físico e social;

2ª - Intenção de identificar as novas formas de atividade que fizeram com que o trabalho fosse o meio fundamental de relacionamento entre homem e natureza, e as consequências psicológicas dessas formas de atividade; e

3ª - Análise da natureza das relações entre o uso de instrumentos e o desenvolvimento da linguagem.

> A teoria histórico-cultural da atividade desenvolveu-se nos trabalhos de LURIA, RUBINSTEIN e LEONTIEV, continuada depois por GALPERIN e DAVYDOV, entre outros, e admite-se, em geral, que surge como um desdobramento da concepção histórico-cultural. Ela expressa a teoria psicológica da atividade formulada por LEONTIEV e desenvolvida por seus seguidores. No cerne dessa teoria, está presente a concepção marxista da natureza histórico-social do ser humano. A atividade representa a ação humana que mediatiza a relação entre o homem, sujeito da atividade, e os objetos da realidade, dando a configuração da natureza humana. Entretanto, o desenvolvimento da atividade psíquica, isto é, dos processos psicológicos superiores, tem sua origem nas relações sociais que o indivíduo estabelece com o mundo exterior, ou seja, com seu contexto social e cultural. Segundo LEONTIEV, o estudo do desenvolvimento psíquico humano encontrou sua expressão na concepção da atividade psíquica como uma forma peculiar de atividade, "como um produto e

> um derivado da vida material, da vida externa, que se transforma em atividade da consciência" (LEONTIEV, In DAVYDOV, 2002, p. 52). A teoria histórico-cultural da atividade tem, assim, como tarefa central, investigar a própria estrutura da atividade e sua interiorização (LIBÂNEO, 2004, p. 116).

As chamadas funções psicológicas superiores, segundo Rego (2014, p. 39), também fizeram parte da dedicação de Vygotsky. Elas consistem no modo de funcionamento psicológico, tipicamente, humano, tais como, a capacidade de planejamento, memória voluntária, imaginação, etc. Esses processos mentais são considerados sofisticados e superiores, pelo fato de referirem-se a mecanismos intencionais, ações conscientemente controladas e processos voluntários que dão ao indivíduo a possibilidade de independência em relação às características do momento e espaço presente.

Vygotsky reforça ainda que, esses processos são inatos e originam-se das relações entre indivíduos humanos e se desenvolvem ao longo do processo de internalização de formas culturais de comportamento. Diferem, portanto, dos processos psicológicos elementares, presentes na criança pequena e nos animais, tais como, reações automáticas, ações reflexas e associações simples, que são de origem biológica.

> Em síntese o homem não vive somente no mundo das impressões imediatas (como os animais), mas também no universo dos conceitos abstratos, já que "dispõe, não só de um conhecimento sensorial, mas também de um conhecimento racional, possui a capacidade de penetrar mais profundamente na essência das coisas do que lhe permitem os órgãos dos

> sentidos; quer dizer que, com a passagem do mundo animal à história humana, dá-se um enorme salto no processo de conhecimento desde o sensorial até o racional" (LURIA, 1986, p. 12 *apud* REGO, 2014, p. 47).

No que diz respeito às funções psíquicas superiores, Rego (2014, p. 41-43) enuncia que Vygotsky elaborou algumas teses, a saber:

- a primeira se refere à relação indivíduo/sociedade, em que ele afirma que as características tipicamente humanas não estão presentes desde o nascimento do indivíduo, nem são mero resultado das pressões do meio externo, mas que resultam da interação dialética do homem e seu meio sociocultural;
- a segunda diz respeito à origem cultural das funções psíquicas, ou seja, as funções psicológicas especificamente humanas se originam nas relações do indivíduo e seu contexto cultural e social. Isto é, o desenvolvimento mental não é dado à priori, a cultura é parte constitutiva da natureza humana, já que sua característica psicológica se dá através da internalização dos modos historicamente determinados e culturalmente organizados de operar com informações;
- a terceira se refere à base biológica do funcionamento psicológico: o cérebro, visto como órgão principal da atividade mental. O cérebro como um produto evoluído, material essencial da atividade psíquica que cada membro da espécie traz consigo ao nascer, não é um sistema imutável nem fixo, mas um sistema aberto de grande plasticidade,

cujas estruturas e modos de funcionamento são moldados ao longo do desenvolvimento individual;

- a quarta diz respeito à característica mediação presente em toda atividade humana, ou seja, os instrumentos técnicos e os sistemas de signos, construídos historicamente, que fazem a mediação dos seres humanos entre si e deles com o mundo. A linguagem é um signo mediador por excelência, pois carrega em si os conceitos generalizados e elaborados pela cultura humana, além de possibilitar o processo de abstração. O pressuposto da mediação é fundamental na perspectiva sócio-histórica justamente porque é através dos instrumentos e signos que os processos de funcionamento psicológico são fornecidos pela cultura, por isso Vygotsky confere à linguagem um papel de destaque no processo de pensamentos; e
- a quinta tese postula que a análise psicológica deve ser capaz de conservar as características básicas dos processos psicológicos, exclusivamente humanos. Este princípio está baseado na ideia de que os processos psicológicos complexos se diferenciam dos mecanismos mais elementares e não podem, portanto, ser reduzidos à cadeia de reflexos. Estes modos de funcionamento psicológico, mais sofisticados, que se desenvolvem num processo histórico, podem ser explicados e descritos. Assim, ao abordar a consciência humana como produto da história social, aponta na direção da necessidade do estudo das mudanças que ocorrem no desenvolvimento mental a partir do contexto social.

Vygotsky (1984, p. 58) buscou observar leis básicas que caracterizam a estrutura e o desenvolvimento das operações com signos da criança, relacionando-os com a memória. O interesse por esse tipo de análise se deve ao fato de ele acreditar que a "[...] verdadeira essência da memória humana (que a distingue dos animais) está no fato de os seres humanos serem capazes de lembrar, ativamente, com a ajuda dos signos [...]", o que fazia parte de um programa de pesquisa, coerente com a ideia de internalização dos sistemas de signos, como, a linguagem, a escrita e o sistema de números, produzidos, culturalmente, provoca mudanças cruciais no comportamento humano.

No tocante ao desenvolvimento infantil na perspectiva sócio-histórica, Vygotsky (1984) atribui enorme importância ao papel da interação social no desenvolvimento do ser humano. Uma das mais significativas contribuições das teses que formulou, está na tentativa de explicitar, e não apenas pressupor, como o processo de desenvolvimento é socialmente constituído.

Essa dimensão social, segundo Rego (2014, p. 70-74), que fornece instrumentos e símbolos impregnados de significado cultural, vão mediar à relação do indivíduo com o mundo, e, por conseguinte, acabam por fornecer, também, seus mecanismos psicológicos e formas de agir neste mundo, tornando assim, o aprendizado um aspecto necessário e fundamental no processo de desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Presume-se que o desenvolvimento pleno do ser humano depende do aprendizado que realiza num determinado grupo cultural, a partir da interação com outros indivíduos de sua espécie.

A partir disso, Vygotsky (1984) identificou dois níveis de desenvolvimento: um referente às conquistas já efetivadas, que ele chama de nível de desenvolvimento real ou efetivo; e, o outro, o nível de desenvolvimento potencial, que se relaciona às capacidades em vias de serem construídas.

O nível de desenvolvimento real pode ser entendido como referente àquelas conquistas que já estão consolidadas na criança - aquelas funções ou capacidades que ela já aprendeu e domina. Pois já consegue utilizar sozinha, sem assistência de alguém mais experiente da cultura, por exemplo, pai, mãe, professor, criança mais velha, etc. Este nível indica, assim, os processos mentais da criança que já se estabeleceram ou ciclos de desenvolvimento que já se completaram.

O nível de desenvolvimento potencial também se refere àquilo que a criança é capaz de fazer, só que mediante a ajuda de outra pessoa (adultos ou crianças mais experientes). Nesse caso, a criança realiza tarefas e soluciona problemas por meio do diálogo, da colaboração, da imitação, da experiência compartilhada e das pistas que lhe são fornecidas. Como, por exemplo, uma criança de cinco anos pode não conseguir montar sozinha um quebra-cabeças e necessite da ajuda de uma criança mais velha, ou, de outra da mesma idade que já tenha experiência com o jogo.

A distância entre aquilo que a criança é capaz de fazer, de forma autônoma (nível de desenvolvimento real) e aquilo que ela realiza em colaboração com os outros elementos do seu grupo social (nível de desenvolvimento potencial), caracteriza aquilo que Vygotsky (1984) chamou de: zona de desenvolvimento potencial ou proximal, isto é, uma projeção do desenvolvimento da criança

definida por aquelas funções que ainda não amadureceram, como em estado embrionário, funções que poderiam ser chamadas de brotos do desenvolvimento ao invés de frutos.

Dessa forma, por meio do aprendizado é gerada a zona de desenvolvimento proximal, na medida em que, em interação com outros indivíduos, a criança é capaz de colocar em movimento vários processos de desenvolvimento que, sem a ajuda externa, seriam impossíveis de ocorrer. É por isso que Vygotsky afirma que: "[...] aquilo que é a zona de desenvolvimento proximal hoje será o nível de desenvolvimento real amanhã – ou seja, aquilo que uma criança pode fazer com assistência hoje, ela será capaz de fazer sozinha amanhã" (VYGOTSKY, 1984, p.98).

Assim, Rego (2014, p. 74) acredita que o conceito de zona de desenvolvimento proximal é de extrema importância às pesquisas do desenvolvimento infantil e ao plano educacional, justamente, porque permite a compreensão da dinâmica interna do desenvolvimento individual. Mediante a consideração da zona de desenvolvimento proximal, é possível verificar, não somente os ciclos já completados, como, também, os que estão em via de formação, o que permite o delineamento da competência da criança e de suas futuras conquistas, assim como, a elaboração de estratégias pedagógicas que auxiliem nesse processo.

2.5 CONVERGÊNCIAS TEÓRICAS

Parafraseando o artigo intitulado "Convergência entre a teoria de Vygotsky e o construtivismo/construcionismo", de Fino (2004), é possível afirmar que as concepções de Vygotsky têm sido frequentemente contrastadas com as de Piaget, geralmente consideradas bastante atraentes por membros particularmente inovadores da comunidade educativa. Só que, vista de uma perspectiva vygotskiana, a concepção piagetiana de aquisição de conhecimento apresenta sérias deficiências, por isso, deve-se considerar inapropriada para servir de fundo a qualquer objetivo de reforma educacional, a não ser que devidamente suprimidas.

Entre essas deficiências, os piagetianos são criticados por não darem a devida atenção ao papel dos pares, mais aptos numa determinada cultura; aos artefatos culturais que medeiam à interação entre os indivíduos e o seu envolvimento físico e cultural; e ao contexto histórico-social dos processos de ensino-aprendizagem. Além disso, os vygotskianos têm criticado o romantismo que intuem perpassar o construtivismo centrado na criança dos piagetianos, muitas vezes, sem diferenciarem, claramente, o que entendem por transmissão de conhecimento.

Como resultado dessa falta de clareza, a concepção vygotskiana da aquisição de conhecimento por meio de instrução tem vindo a estabelecer-se de uma forma caricatural, que de acordo com Hatano (*apud* FINO, 2004, p. 1), pode-se sintetizar da seguinte maneira:

> [o] conhecimento a ser adquirido pelo aprendiz (membro imaturo da sociedade) está na posse do professor (membro mais maduro), geralmente sob a forma de um conjunto de habilidades ou de estratégias de resolução de problemas, tendo a sociedade encarregado o professor da transmissão do conhecimento. - O aprendiz é trazido para dentro da situação de instrução para resolver alguns tipos de problemas em conjunto com o professor. O professor comunica o conhecimento de uma forma codificada verbalmente (como um conjunto de comandos ou pares de condição-ação) e demonstra como se resolvem os problemas usando aquela forma codificada de conhecimento. - O professor encarrega o aluno da execução dos passos da resolução do problema de que é capaz, sendo os restantes executados por si, tornando-se o papel de suporte do professor menos importante à medida que o aprendiz vai adquirindo conhecimento. - Quando o aprendiz se torna apto a resolver os problemas sem ajuda do professor, considera-se que o conhecimento foi transmitido com sucesso.

Diante disso, ainda, de acordo com Fino (2004, p. 1-6), ponto de vista contido nos quatros pontos anteriores se baseia em assunções empiristas implícitas e difíceis de sustentar, como as seguintes:

- o aprendiz tem uma natureza passiva;
- o aprendiz não precisa de compreender o significado das habilidades ensinadas, nem o conhecimento que lhes subjaz;
- só a interação com o professor, que é sempre mais capaz que o aprendiz, facilita a aquisição; e
- o professor é a única fonte de informação e de avaliação.

Para substituir as assunções implícitas sobre a natureza do aprendiz, contidas na concepção vygotskiana acima indicadas, Fino (2004, p. 2) contrapõe as seguintes, que corresponderem a uma concepção vygotskiana construtivista:

> [...] os aprendizes são ativos e gostam de ter iniciativa e escolher entre várias alternativas; os aprendizes são tão competentes como ativos na tarefa da compreensão, sendo possível que construam conhecimento baseado na sua própria compreensão, ultrapassando esse conhecimento a informação disponibilizada pelo professor, ou indo mesmo além da própria compreensão do professor; a construção de conhecimento pelo aprendiz é facilitada pelas interações horizontais e pelas interações verticais; a disponibilidade de múltiplas fontes de informação potência a construção de conhecimento.

Sob um ponto de vista cognitivista, um bom ponto de partida pode ser a proposta de um material, desde que a natureza desse material proporcionado pelo envolvimento e pela cultura tenha em atenção às seguintes especificações que Fino (2004) menciona: primeiramente, o conhecimento é frequentemente construído quando o aprendiz interage com o professor (ou membro mais capaz), pares, ou artefatos impregnados com as vozes de outros, criando, juntamente com eles o contexto para interação; em segundo lugar, por meio da interação, qualquer coisa é produzida, coletivamente, e partilhada entre os participantes. Pode ser também, um sistema cooperativo de resolução de problemas, significados e compreensões - discutidos e negociados, senso comum e normas, definindo situações e regulando comportamentos, envolvendo do mesmo modo, componentes sociais e emocionais; o aprendiz

incorpora qualquer coisa, gerando, elaborando ou revisitando o conhecimento; e, por fim, o pequeno sistema de interação face a face, no qual decorre o descrito nas três alíneas anteriores que está mergulhado num sistema mais vasto; que pode ser uma instituição ou uma comunidade.

Diante disso, fora sugerido, por pesquisadores, uma perspectiva de harmonização e de confluência entre a teoria sociocultural, de Vygotsky e o construtivismo construcionista, de Seymour Papert.

É oportuno relembrar que é comum entre os construtivistas a ideia de que o conhecimento é construído, ativamente, pelos aprendizes, e que educar consiste em proporcionar-lhes oportunidades de se ocuparem em atividades criativas, que alimentem aquele processo de construção de conhecimento.

De acordo com Papert (1994), os aprendizes não aprendem melhor pelo fato do professor ter encontrado melhores maneiras de instruí-los, mas por lhes ter proporcionado melhores oportunidades de apropriarem-se. Como já se referiu outrora, a esta visão da educação denominou Papert como construcionismo, teoria segundo a qual a aprendizagem acontece quando os aprendizes se ocupam na construção de qualquer coisa cheia de significado para si próprio, quer essa coisa seja um castelo de areia, uma máquina, um poema, uma história, uma canção, ou, um programa de computador.

Desse modo, o construcionismo é de acordo com Papert (1994): construção das coisas (objetos, artefatos) que o aprendiz efetua a partir de materiais (cognitivos) recolhidos do mundo (exterior) que o rodeia; e, construção (interior) do conhecimento que se relaciona com aquelas coisas.

Por isso, é possível afirmar que o estudioso da educação matemática, Hatano, é uma voz isolada a reclamar sobre a contradição entre a teoria de Vygotsky e o construtivismo, acerca do qual Papert, que foi colaborador de Piaget, baseou-se, em grande medida, à sua posição construcionista. Cole e Wertsch (*apud* FINO, 2004), negam, pura e simplesmente, a validade do estereótipo que é geralmente referido como o fulcro de uma hipotética antinomia entre Piaget e Vygotsky. Esse estereótipo consiste, basicamente, na ideia que a criança individual, em Piaget, constrói conhecimento por meio das suas ações no mundo, isto é, compreender é inventar, enquanto que Vygotsky analisa a origem social da compreensão.

De acordo com Cole e Wertsch (*apud* FINO, 2004), existem duas dificuldades que se relacionam com esse estereótipo: a primeira tem a ver com o fato de não constar que Piaget tenha alguma vez negado o papel igualmente importante do mundo social na construção do conhecimento, sendo possível encontrar, nos seus escritos, referências suficientes considerando o individual e o social igualmente importantes; e, a segunda tem a ver com o fato de Vygotsky ter insistido na centralidade da construção ativa do conhecimento.

Ainda, segundo Hatano (1996), existem cinco características de aquisição de conhecimento que corroboram e complementam a conciliação entre o construtivismo e a teoria histórico-cultural:

1- O conhecimento é adquirido por meio de construção e não apenas por transmissão. Evidências sobre esse fato são fornecidas por trabalhos sobre erros de procedimento e sobre falsas noções, cuja aquisição por meio de ensino direto é improvável. Por exemplo, as crianças mais jovens enganam-se, frequentemente, na subtração,

sendo o seu erro mais comum subtraírem sempre o dígito menor do maior, independentemente da sua posição. Outro equívoco bastante generalizado consiste na crença de que a divisão só pode originar quocientes menores que os dividendos. Quer num caso, quer noutro, parece ser bastante improvável que algum professor possa ensinar coisas semelhantes;

2- As crianças não pensam como adultos incompletos ou em miniatura, e qualquer aquisição de conhecimento envolve reestruturação, de modo que uma nova aquisição não resulta apenas em aumento do conhecimento, mas implica a reorganização do conhecimento anterior. Por exemplo, na atribuição de propriedades desconhecidas a objetos animados, Hatano (1993) verificou que as crianças mais jovens fazem inferências de semelhança, enquanto os adultos e crianças maiores inferem com base em categorias. Diante disso, é possível considerar que os estudos sobre mudança conceitual, seja na história da ciência ou no desenvolvimento cognitivo, são, especialmente, significativos, pois a mudança nas concepções fundamentais é, talvez, a forma mais radical de reestruturação;

3- O processo de aquisição de conhecimento é condicionado, internamente, pelo conhecimento já acumulado e, externamente, por artefatos culturais partilhados, como a linguagem. Isto explica, em parte, porque os indivíduos diferentes adquirem conhecimentos semelhantes, mas não idênticos;

4- O conhecimento é específico e, para a resolução de problemas, cada indivíduo apenas necessita de ter acesso ao conhecimento relevante. No entanto, o que se adquire num determinado domínio pode ser transferido para outro, por analogia,

por exemplo, ou, generalizado para uma variedade de domínios, por meio de um processo de abstração; e

5- A aquisição de conhecimento é um fenômeno "situado". Reflete o modo pelo qual foi adquirido e a maneira como tem sido utilizado. Assim, estão longe de consistir, apenas, em regras, leis, ou, fórmulas abstratas, sendo também, composto de experiência pessoal. Mas quando um aprendiz se converte em especialista, sobretudo em campos de índole marcadamente abstrata, como, a matemática e a física, essa conversão pode constituir um fenômeno de *dessituação* de conhecimento, que passa a ser menos dependente de laços contextuais, e menos ligado às características superficiais.

Por conseguinte, para constituição teórica desse estudo foi fundamental a percepção de que tais constructos teóricos consideram o fato de que os condicionantes socioculturais interferem nas formas de ensinar e aprender. Que conceitos como: interação, mediação e construções culturais exercem papéis, preponderantes, nas tentativas recentes de renovação dos programas de ensino, em particular, do ensino de Matemática.

Diante disso, sob a égide da teoria histórico-cultural, lograram-se vincular o conceito de mediação na interação homem-ambiente pelo uso de instrumentos e signos, na internalização das funções psicológicas superiores. Com isso, embora o ser humano nasça com características próprias da espécie, são as funções psicológicas superiores, as que envolvem consciência, intenção, planejamento, ações voluntárias e deliberadas que possibilitam o desenvolvimento, para o que, dependem, diretamente, da eficácia dos processos de aprendizagem.

Isso, posto, a internalização que corresponde à própria formação da consciência é, em verdade, um processo de constituição da subjetividade a partir das trocas de natureza intersubjetiva, isto é, a evolução do âmbito interpsicológico ao nível intrapsicológico e que envolve relações interpessoais expressivas, mediadas, simbolicamente, e não, trocas mecânicas que se limitam a um patamar meramente intelectual.

Diante dessas discussões, é possível considerar então, que, a interação que colabora com a aprendizagem promove o desenvolvimento, bem como, o desenvolvimento das funções psicológicas superiores auxilia a promoção da aprendizagem.

CAPÍTULO 3

DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

A metodologia utilizada embasa-se em dois conceitos: a Modelagem Matemática, e, também, o uso de Ferramentas Tecnológicas, em especial o uso de *softwares* livres, mais especificamente, do GeoGebra, no ensino de Geometria, foram os instrumentos pedagógicos da pesquisa.

Os sujeitos que contribuíram, diretamente, para o desenvolvimento da pesquisa, foram estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental II, em sua grande maioria de escolas públicas municipais e estaduais. Vale ressaltar, também, que são sujeitos que fazem parte de uma classe social situada entre as classes C e D.

Sobre o Colégio, diz respeito a uma escola privada, localizada na região central da cidade, bem próxima a bairros populares, que atendem moradores das classes C e D, e, que recebe, principalmente, os filhos e filhas de trabalhadores do comércio e indústria da cidade, não só dos bairros vizinhos, mas, também, de outros bairros e, inclusive, de regiões tidas como periféricas. A pesquisadora faz parte do quadro de professores dessa instituição, desde o ano de 2015. Conhece bem o público, as possibilidades de trabalho, as limitações físicas (espaço) e materiais que o colégio, atualmente, predispõe.

Esse Colégio privado, conta com salas de aulas grandes, tanto no espaço físico, quanto na quantidade de alunos, tendo em média quarenta e cinco alunos por turma. Atualmente, esse colégio não conta com laboratório de informática. Diante disso, os recursos tecnológicos disponíveis são: *internet* via *wi-fi* espalhada pela escola, para o uso dos professores, *notebooks* para serem usados, também, pelos professores em sala de aula com o auxílio de um projetor e de uma caixa de som, no qual é possível compartilhar imagens, atividades, filmes, dentre outros materiais.

A pesquisadora desenvolveu um experimento didático-formativo com seus estudantes, sendo assim, participante no desenvolvimento da pesquisa, visando avaliar o desempenho escolar dos grupos. Diante disso, quanto à abordagem, foi uma pesquisa qualitativa, mas que demonstrou algumas evidências quantitativas, na qual Lüdke e André (1986, p. 11) afirmam que uma pesquisa qualitativa "[...] tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento". Foi, também, uma pesquisa participante, que de acordo com Veiga (1985) pode ser entendida como a "[...] alternativa epistemológica na qual pesquisadores e pesquisados seriam sujeitos ativos da produção do conhecimento [...]", ou seja, a professora fez parte dos momentos de atividades e avaliações com os grupos de forma direta.

As atividades da pesquisa foram desenvolvidas de acordo com as propostas curriculares educacionais, seguindo a ordem e organização do conteúdo disponível no material apostilado.

Dessa forma, trabalhou-se o conceito geométrico de Perímetro e cálculo de Áreas que são conceitos que começam a ser inseridos no contexto desses estudantes a partir do Ensino

Fundamental I. Neste caso, aprofundamos o conteúdo para perspectivas antes desconhecidas pelos alunos, como, por exemplo, o trabalho com polígonos diferentes do habitual como: quadrado e retângulo, ampliando assim, para paralelogramo, triângulo, dentre outros.

As intervenções ocorreram durante as aulas, no total de trinta horas de atividades. E que sempre foi desenvolvido aproveitando-se do momento que deveria ser utilizado para trabalhar o conteúdo em questão, e assim, ampliando para os objetivos da pesquisa.

Os registros, por meio de fotos, gráficos e observação sistemática diária da pesquisadora, as atividades desenvolvidas pelos estudantes que ocorreram no desenvolvimento das intervenções nas aulas lecionadas, configuram-se nas figuras que serão apresentadas no texto, e também o processo de avaliação, após a intervenção, que ocorreu por meio de avaliação institucional. Essa avaliação foi aplicada durante a semana de provas, estabelecida, previamente, pelo calendário anual do Colégio.

As turmas, nas quais ocorreram às intervenções, foram organizadas e chamadas, pela pesquisadora, da seguinte maneira: Turma X e a outra de Turma Y, mantendo assim, o devido sigilo.

Diante disso, faz-se necessário enfatizar que: a Turma X foi a que mais as intervenções foram elaboradas, contando com o auxílio das propostas da Modelagem Matemática e das Ferramentas Tecnológicas. Já a Turma Y foi a que teve acesso apenas a aulas expositivas, tendo como apoio, apenas, o material apostilado disponibilizado pelo Colégio, junto com as explicações da professora e/ou pesquisadora, seguidas de atividades, como referência às suas abstrações.

As análises gerais, elaboradas pela pesquisadora estão organizadas em gráficos e tabelas, que resultou do levantamento feito das questões que os estudantes acertaram e/ou erraram nessa avaliação institucional e, por conseguinte, estava, diretamente, relacionada aos temas estudados.

As análises comparativas entre os gráficos e tabelas da Turma X com a Turma Y para obtenção do desempenho de ambas, foram elaboradas, obtendo-se média aritmética e o desvio padrão, para concluir o desempenho de cada sala.

3.1 Atividades da pesquisa

A partir da escolha do conteúdo Áreas e Perímetros, do campo da Geometria, deveu-se à observação dos estudantes de 6º ano, que em sua maioria, estão em processo de formação em relação aos conceitos de espaço. Essa escolha também foi reforçada a partir de um momento de diálogo onde foi possível identificar o que inquietava os estudantes no que se referia a esses assuntos.

O público-alvo escolhido (alunos de 6º ano) foi, justamente, por perpassarem um momento de abstração dos conceitos geométricos; e, por demonstrarem bastante dificuldade em compreender e diferenciar, por exemplo, metros de metros quadrados.

De modo geral, esses estudantes saem do Ensino Fundamental I com bases mínimas à expansão dos conceitos de Perímetro, que, curricularmente, espera-se que seja ampliado com o conceito de Área, para posteriormente avançar ao conceito de Volume. Essa ordem de conteúdo, a nosso ver, deveria ser aplicada

de forma diferente, uma vez que se torna mais palpável ao sujeito estudar conceitos geométricos, a partir do que ele vê ao seu redor.

Dessa forma, a evolução do pensamento matemático deve se constituir do que é geral, do que é amplo, para o que é específico, para o que é particular.

Além disso, conforme Abrantes; Serrazina e Oliveira (1999, p. 72),

> [o] uso de modelos físicos e de modelos desenhados permite aos alunos realizar trabalho experimental, manipulando os modelos, formulando conjecturas e justificações. O uso de software adequado permite a visualização quase imediata das imagens geradas quando os alunos fazem conjecturas sobre propriedades e relações (por exemplo, entre tipos de quadriláteros com base no estudo de diagonais) e procuram testá-las e justificá-las. A manipulação que é proporcionada pela utilização dessas ferramentas computacionais favorece a formação de imagens mentais, contribuindo para o desenvolvimento da capacidade de visualização e raciocínio espacial.

O mundo real é rodeado de formas, por isso, seria muito mais interessante explorar a capacidade cognitiva, mediante o aspecto visual. O que é importantíssimo no campo de estudos da Matemática, pois a partir do momento que o sujeito abstrai formas, facilmente, ele conseguirá desenvolver e organizar suas funções psíquicas e, consequentemente, terá maior êxito no processo cognitivo de formação e aplicação dos conceitos concernente àquelas formas.

A seguir, constam **Figuras** de um portfólio, do Colégio, mais propriamente, de atividades propostas nesse material didático e,

consequentemente, que a Turma Y trabalhou em sala de aula, por meio de aulas expositivas e, também, dialógicas e com atividades da própria apostila. Em seguida, das **Figuras**, constam fotos das atividades com o mesmo tema, sendo desenvolvidas com os alunos da Turma X, dentro da perspectiva da Modelagem Matemática, aliada ao uso do recurso tecnológico com o *software* GeoGebra, sem apegar-se no material apostilado.

Figura 11 – Conceitos de Perímetro e Área do Material Didático do Professor

Matemática

Construindo uma ponte

O mapa é útil em Geografia. Ele é uma imagem reduzida de uma determinada superfície. Essa redução é feita com o uso da escala.

A escala, em cartografia, é a razão matemática entre as dimensões do objeto no real e a do desenho que o representa.

Assim, com o uso da escala é possível a representação reduzida, e isso é útil na construção de mapas ou plantas.

Experimentando

Um pedreiro pretende cobrir com piso uma sala apresentada em escala 1:100:

Por exemplo, na escala 1:100 (lê-se um para 100), cada 1cm da planta corresponde a 100cm da realidade.

Dividiu-a então em 4 faixas, com um metro cada uma:

1m 1m 1m 1m

Observe que a figura ficou dividida em quadrados com um metro de cada lado. Esses quadrados são chamados de metro quadrado e são representados pela notação m².

Depois dividiu a sala também em quatro colunas, com um metro cada uma:

1m 1m 1m 1m

Para calcular quantos metros quadrados de piso são necessários para cobrir a sala, podemos contar 4 metros quadrados em cada linha ou multiplicar o número de metros quadrados por linha pelo número de linhas que temos no local estudado.

Para calcular a área de um retângulo ou de um quadrado, podemos multiplicar a medida do seu comprimento, também chamado de base, pela medida da sua largura, também chamada de altura. No caso em estudo, teríamos:

área = base x altura = 4 x 4 = 16.

Então, são necessários **16m²** de piso para cobrir a superfície da sala.

66

Conheça melhor

Você sabia que o quadrado é um caso particular de retângulo?

Área do paralelogramo

Na figura a seguir, podemos observar que a área do paralelogramo ABCD é igual à área do retângulo EFCD.

D C A E B F

h = altura

b = base

A_p = área do paralelogramo
h = medida da altura
b = medida da base

Área do paralelogramo = medida da base . medida da altura

$A_p = b . h$

Exemplo:

Qual é a área de um paralelogramo cuja base mede 7cm e a altura mede 6cm?

Dados:
Base (b) = 7cm
Altura (h) = 6cm

$A_p = b . h$
$A_p = 7 . 6$
$A_p = 42cm^2$

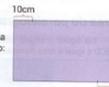
Matemática

67

Fonte: Salgueiro ([20--?], p. 66-67). Utilizado com a Turma Y.

Figura 12 – Conceitos de Perímetro e Área do Material Didático do Professor

Trabalhando em conjunto

Material:
Papel sulfite, lápis, régua e tesoura.
Como fazer
Marque em dois lados do sulfite uma distância de 10cm, conforme mostra o desenho:

Trace uma linha pontilhada ligando o vértice (canto) da folha ao ponto marcado:

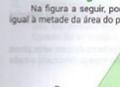
Recorte o papel nas linhas pontilhadas. Observe que você formou um paralelogramo:

Encaixe um dos triângulos recortados no espaço demarcado com o sinal pontilhado conforme o desenho:

Dobre a folha no pontilhado e utilize o triângulo para comprovar que continua sendo um paralelogramo, conforme o desenho:

Observe que, se você transportar o triângulo para o outro lado, terá um retângulo, ou seja, a área do paralelogramo é a mesma que a área do retângulo.

Conheça melhor

Área do triângulo
Na figura a seguir, podemos observar que a área do triângulo ABC é igual à metade da área do paralelogramo ACDB.

A_T = área do triângulo
b = medida da base
h = medida da altura

Área do triângulo = $\frac{\text{medida da base . medida da altura}}{2}$

$A_T = \frac{b . h}{2}$

Exemplos:
I - Calcular a área de um triângulo cuja base mede 4cm e cuja altura mede 3cm:
Dados:
b = 4cm
h = 3cm
R.: A área do triângulo é 6cm².

$A_T = \frac{b . h}{2}$
$A_T = \frac{4 . 3}{2}$
$A_T = 6cm^2$

Hora de trabalhar

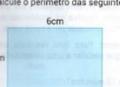
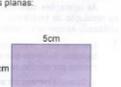
1. Calcule o perímetro das seguintes figuras planas:

Fonte: Salgueiro ([20--?], p. 68-69). Utilizado com a Turma Y.

Figura 13 – Conceitos de Perímetro e Área do Material Didático do Professor

O que estudamos

Vamos aprender e nos divertir com um jogo matemático?
Material necessário:
Tabuleiro, cartas com perguntas, pinos e dado disponíveis no **Material de apoio**.
Organização
Jogam de 2 a cinco jogadores. Todos os jogadores deixam seus pinos no início do tabuleiro e as cartas com perguntas no espaço destinado a cada operação ou problema.
Descrição
O grupo decide quem iniciará o jogo, e os próximos a jogar seguem no sentido anti-horário. O primeiro jogador lança o dado e anda o número que tirar, seguido dos demais que fazem o mesmo e somente nesta rodada o dado é necessário. Quando for novamente a sua vez de jogar, o jogador deverá responder a uma pergunta referente ao símbolo da operação onde seu pino está localizado. Se estiver sobre a letra "P", deverá resolver um problema. Quem fará a leitura é o concorrente que esteja à sua direita. As cartas são autoinstrutivas e informam o que fazer em caso de acerto ou erro.
Vence quem chegar primeiro ao final.
Observação
Como as cartas vão se repetindo, pode-se instituir um juiz que altere, de maneira coerente, os valores nas operações e encontre novos resultados, mantendo os bônus ou penalidades propostas em cada cartão de pergunta.

Espaço digital

O *site* a seguir traz atividades complementares que podem auxiliar na compreensão de diferentes conceitos matemáticos:
http://goo.gl/s6Trdn

Tarefa

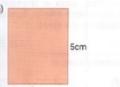
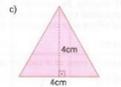
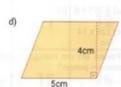
As operações com números naturais podem também ser utilizadas na resolução de problemas. Sendo assim, resolva os problemas a seguir, utilizando as operações matemáticas convenientes para cada caso:

1. Mariana está precisando emagrecer. Para isso resolveu andar de bicicleta. Sabendo que ela consegue pedalar a uma velocidade de 200 metros por minuto, responda:
a) Quantos metros ela andará em 15 minutos? 3 000 metros
b)Quantos metros ela andará em meia hora? 6 000 metros
c) Quantos metros ela andará em uma hora? 12 000 metros

2. Um teatro contém 32 fileiras. Cada fileira contém 18 cadeiras. Quantas cadeiras há nesse teatro?
32 x 18 = 576

3. Para um espetáculo, todos os ingressos do teatro do exercício anterior foram vendidos. Metade dos ingressos foi vendida por R$ 15,00 cada um. Os demais ingressos foram vendidos por R$ 25,00 cada um. Quanto foi arrecadado com a venda dos ingressos para o espetáculo?
576 : 2 = 288
288 x 15 = 4320
288 x 25 = 7200
7200 + 4320 = 11 520.

4. Numa papelaria, 5 cadernos iguais custam R$ 25,00. Adyr deseja comprar 8 cadernos. Para isso, ele possui R$ 50,00. Sobre essa situação, responda:
a) Qual o valor de cada caderno?
R$ 5,00
b) Quanto custarão os oito cadernos?
R$ 40,00.
c) Quanto sobrará de troco para Adyr?
R$ 10,00.

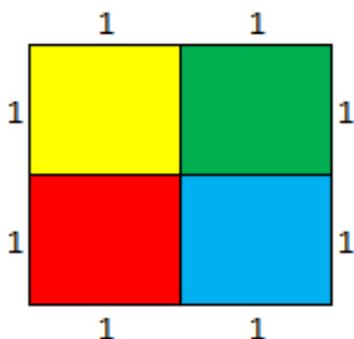
5. Calcule a área das figuras planas apresentadas:

Fonte: Salgueiro ([20--?], p.70-71). Utilizado com a Turma Y.

Vale ressaltar que esse material foi utilizado como ferramenta principal na Turma Y; já na Turma X foi apresentada somente no fim de todas as atividades elaboradas com a Modelagem e a Tecnologia, como atividade complementar, uma vez que os estudantes já haviam explorado todos os conceitos por meio de outras perspectivas.

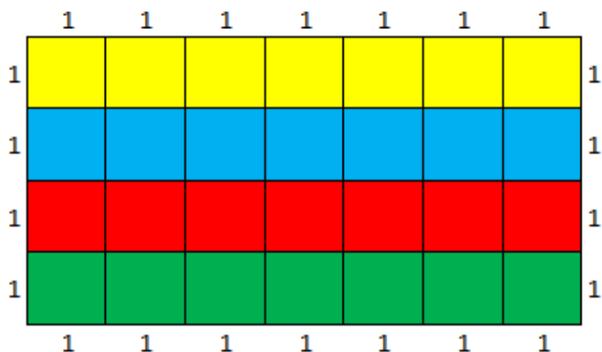
O problema proposto aos estudantes, foi o de pensar uma maneira de calcular área e perímetro sem a prévia apresentação de fórmulas matemáticas, assim, os estudantes da Turma X foram indagados e provocados a pensar em modelos que pudessem ajudá-los a pensar nesta situação. Eles trabalhavam em pequenos grupos, que discutiam, constantemente, a interação com a situação problema, a possibilidade de traduzir isso para a Matemática e, por fim, como estabelecer um modelo matemático que pudesse ser utilizado sempre em situações como aquelas.

Já a Turma X percebeu que seria mais fácil calcular o perímetro e a área de uma superfície, dividindo assim, a superfície em quadrados de 1 x 1, podendo ser centímetros para pequenas medidas, e metros para medidas maiores.

A nomenclatura metros quadrados ou centímetros quadrados, fez com que eles pensassem na unidade, ou seja, na quantidade de quadrados 1 x 1 que caberiam naquela superfície, depois disso, bastaria contar a quantidade total de quadrados para saber a área da superfície toda, e contar a quantidade de quadrados formados nas laterais da figura para obter o perímetro.

Figura 14 – Modelo elaborado pelos alunos para calcular perímetro e área do quadrado

Fonte: Silva (2019, p. 73).

Com o retângulo e o paralelogramo, os alunos perceberam que as medidas dos lados mudavam em relação ao quadrado e que então deveriam olhar agora para pares de lados, porém resolveram dividir os lados em partes iguais de 1 em 1 unidade e seguir o mesmo raciocínio do quadrado.

Figura 15 – Modelo elaborado pelos alunos para calcular perímetro e área do retângulo

Fonte: Silva (2019, p. 74).

A seguir, serão apresentadas algumas figuras nas quais aparecem os estudantes construindo com sulfite, lápis e régua um paralelogramo para compreender a razão de se calcular a área do paralelogramo da mesma forma que se calcula a área de um retângulo, ou seja, utilizando a relação base x altura, e, após esta construção, dividiram o paralelogramo ao meio e obtiveram dois triângulos, entendendo então o sentido de se utilizar a expressão $\frac{base \times altura}{2}$ para se obter a área de um triângulo, por exemplo.

Figura 16 – Registro dos estudantes construindo o cálculo de área do paralelogramo e triângulo

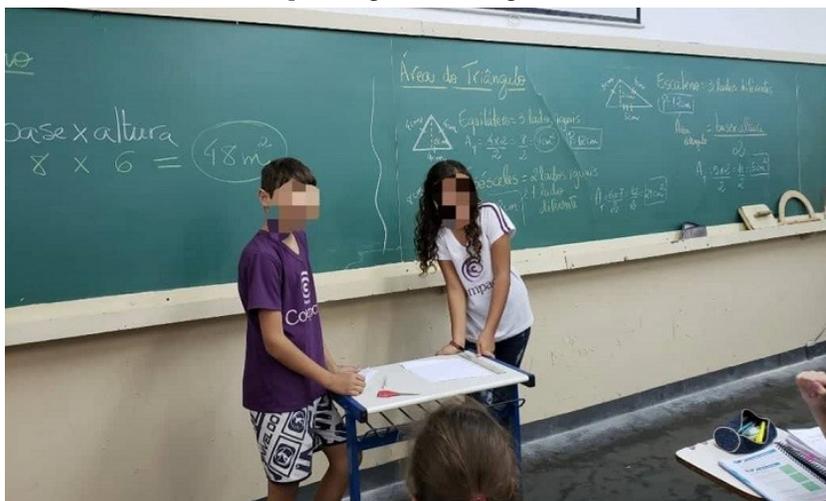
Fonte: Silva (2019, p. 74).

Figura 17 – Registro dos estudantes construindo o cálculo de área do paralelogramo e triângulo

Fonte: Silva (2019, p. 75).

Figura 18 – Registro dos estudantes construindo o cálculo de área do paralelogramo e triângulo

Fonte: Silva (2019, p. 75).

Figura 19 – Registro dos estudantes construindo o cálculo de área do paralelogramo e triângulo

Fonte: Silva (2019, p. 76).

Após essa atividade, também foram propostas aos alunos, atividades sobre cálculo do metro quadrado, utilizando folhas de jornais, lápis, caneta, régua, tesoura e cola ou fita adesiva, para que em grupos, pensassem em estratégias de como construir um quadrado com uma área de $1m^2$.

É possível observar que os alunos foram formando quadrados menores, para juntar e formar um quadrado maior, no tamanho solicitado. Logo em seguida, foram subindo no quadrado maior para testarem a quantidade máxima de indivíduos capazes de ficarem juntos, numa medida de área como esta, referente à Figura 20.

Figura 20 – Registro dos estudantes construindo um quadrado com área $1m^2$

Fonte: Silva (2019, p. 77).

Figura 21 – Registro dos estudantes construindo um quadrado com área $1m^2$

Fonte: Silva (2019, p. 77).

Figura 22 – Registro dos estudantes construindo um quadrado com área $1m^2$

Fonte: Silva (2019, p. 78).

Figura 23 – Registro dos estudantes construindo um quadrado com área $1m^2$

Fonte: Silva (2019, p. 78).

Figura 24 – Registro dos estudantes construindo um quadrado com área $1m^2$

Fonte: Silva (2019, p. 79).

Figura 25 – Registro dos estudantes construindo um quadrado com área $1m^2$

Fonte: SILVA (2019, p. 79).

Figura 26 – Registro dos estudantes construindo um quadrado com área $1m^2$

Fonte: Silva (2019, p. 80).

Figura 27 – Registro dos estudantes construindo um quadrado com área $1m^2$

Fonte: Silva (2019, p. 80).

Figura 28 – Grupos unindo mais de um quadrado com área 1m²

Fonte: Silva (2019, p. 80).

Vale ressaltar que os alunos sistematizaram esses exercícios de forma matemática, além, de terem gostado de ver a produção.

A formação de um conceito não se consolida pela mera repetição de um procedimento algorítmico, mas pelo estabelecimento de relações, de coordenações de ações educativas planejadas e, principalmente, de reflexão sobre elas.

Trata-se de inserir os estudantes em um amplo processo de produção de sentidos de aprendizagem e de negociação de significados matemáticos como se define no contexto das teorias cognitivistas, em especial, da teoria histórico-cultural.

Pela modelagem matemática a resolução de problemas e o próprio conceito de problema passam por um processo de ressignificação, o que impõe tratar metodologicamente os conceitos

matemáticos de modo a superar certa banalização daqueles termos no sentido de mera aplicação prática, geralmente posta sequencialmente à apresentação de ideias, habilidades e capacidades matemáticas postas em ambiente de mera reprodução e associação de modelos sobre os quais a origem não se mostra como relevante para os alunos.

Figura 29 – Número de estudantes em 1m^2

Fonte: Silva (2019, p. 82).

O problema se torna algo que ainda não se sabe resolver, para o qual não se tem resposta pronta e imediata, mas que se está interessado em fazê-lo.

Figura 30 – Número de estudantes em $1m^2$

Fonte: Silva (2019, p. 83).

Esse ambiente de aprendizagem tem como princípio distintivo a percepção de que aprender Matemática pode e deve se

constituir em algo prazeroso e repleto de significados, algo que tem vida, permite reflexão e o exercício da autonomia.

Figura 31 – Número de estudantes em $1m^2$

Fonte: Silva (2019, p. 84).

As atividades das figuras 29, 30 e 31 são fundamentais para os alunos desenvolverem, por exemplo, procedimentos para cálculo de número de pessoas em uma concentração, bastando para tanto saber a área em m^2 e o número de sujeitos por m^2, em média. Isso

possibilitaria a articulação de várias ideias matemáticas, além da noção de área, ou seja, as noções de estimativa e de média aritmética.

Na sequência das atividades, os alunos foram colocados em contato com as representações geométricas planas por meio do *software* GeoGebra, para que pudessem assimilar a construção de um polígono regular, mediante os conceitos de reta, semirreta, segmento e perímetro, em uma perspectiva tecnológica.

Pelo motivo de não ter laboratório de informática no Colégio, a professora-pesquisadora fez com que os grupos elegessem um representante para manusear o *software*, sob a sua orientação. E, por conseguinte, projetaram-no à sala toda, para que pudessem ver a aplicação dos cálculos que haviam elaborado, até então com os princípios dos modelos matemáticos, só que agora na tela de um computador.

Esse momento permitiu que os alunos fizessem conexões com o que haviam desenvolvido, manualmente. Além de perceberem que a Tecnologia serve para auxiliar em projetos que exigem exatidão, ou, que necessitem de cálculos de grandes superfícies, em projeções em escalas. Constataram, também, que essa ferramenta ajuda a tornar um projeto da construção civil, por exemplo, mais elaborado e, consequentemente, mais assertivo, compreendendo então a existência das plantas elaboradas pelos arquitetos.

Figura 32 – Apresentação do *software* GeoGebra

Fonte: Silva (2019, p. 85).

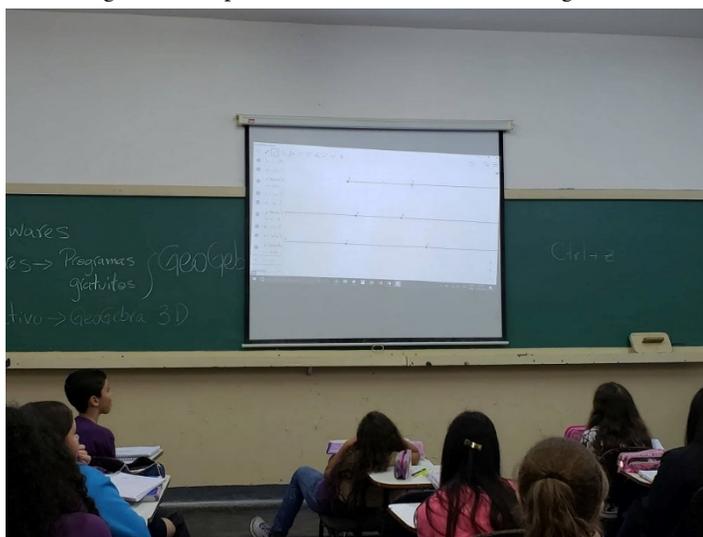
Figura 33 – Apresentando Reta, Semirreta e Segmento

Fonte: Silva (2019, p. 86).

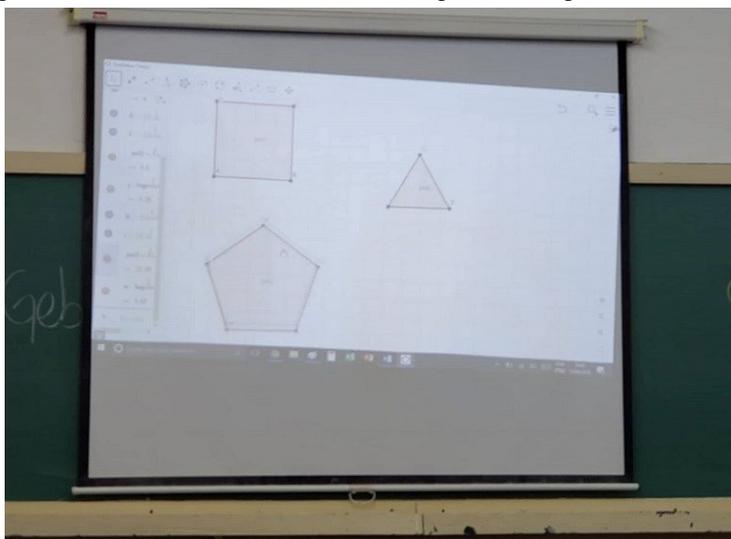
Figura 34 – Construção de Quadrado, Retângulo e Pentágono, no GeoGebra

Fonte: Silva (2019, p. 86).

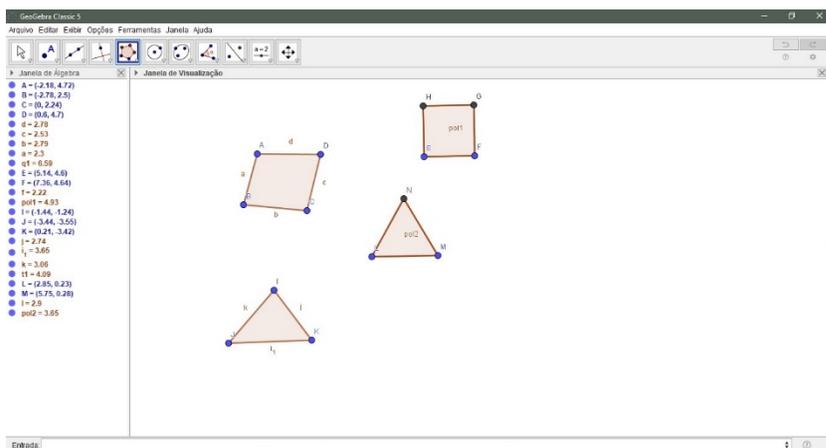
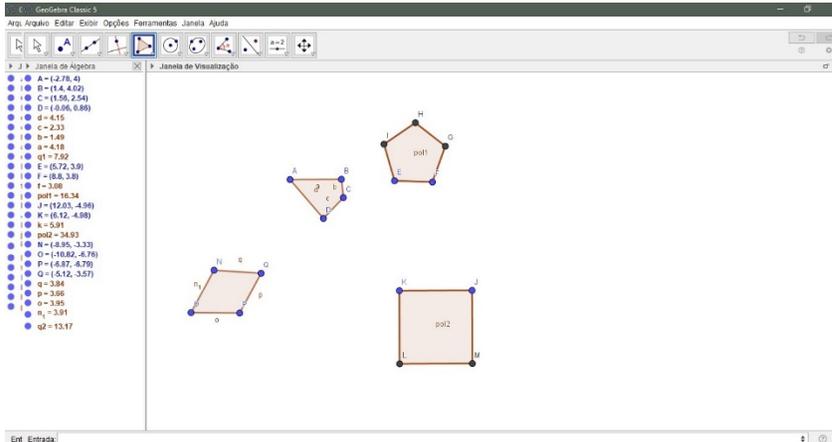
Figura 35 – Construção de Polígonos Regulares e não Regulares, pelos estudantes

Fonte: SILVA (2019, p. 87).

Figura 36 – Construção de Polígonos Regulares e não Regulares, pelos estudantes

Fonte: Silva (2019, p. 87).

Após a demonstração das construções, os estudantes verbalizaram a curiosidade em saber o que aconteceria com um polígono, caso ele tivesse mais e mais lados. Dessa forma, utilizando a Tecnologia, foi possível demonstrar que: se formos aumentando infinitamente o número de lados de um polígono, então, esse polígono tende a uma circunferência.

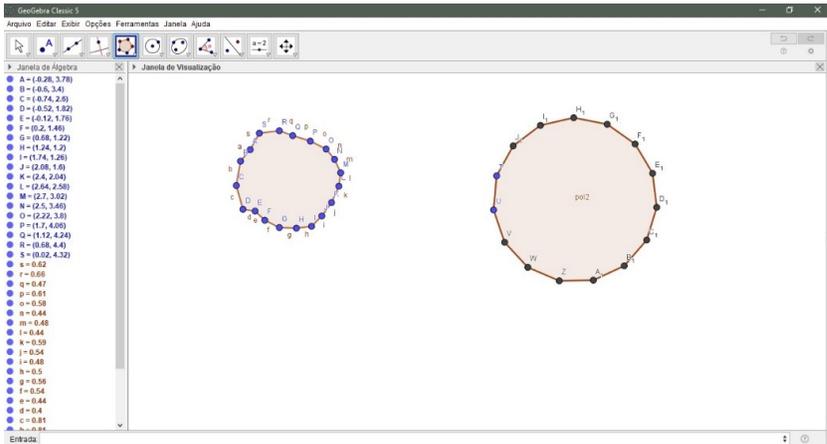
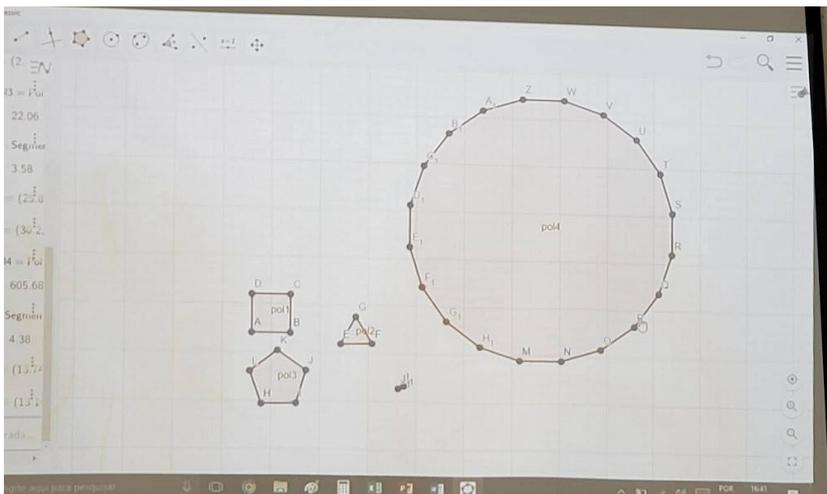
Figura 37 – Estudantes aumentando o número de lados de um Polígono no GeoGebra para ver que quanto mais lados ele tem, mais ele tende a uma Circunferência

Fonte: Silva (2019, p. 88).

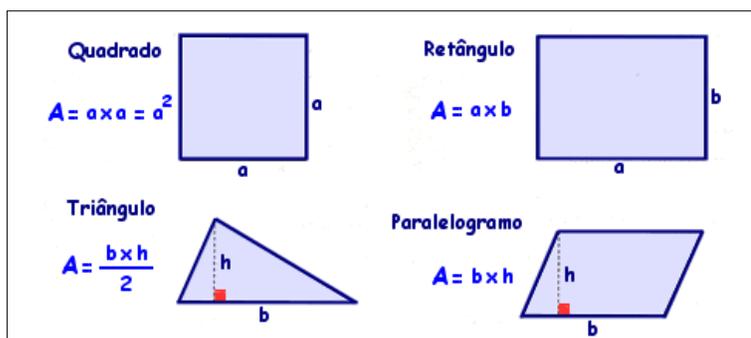
Figura 38 – Estudantes aumentando o número de lados de um Polígono regular no GeoGebra para ver que quanto mais lados ele tem, mais ele tende a uma Circunferência

Fonte: Silva (2019, p. 88).

Lançar fórmulas apenas, não faz sentido, pois, os alunos ficam totalmente perdidos com o que se deve identificar nestas figuras, além disso, calcular a *Área das Figuras Geométricas Planas*, muitas vezes, pode não ser uma tarefa fácil.

Isso, porque, ainda, que existam fórmulas que simplifiquem esse processo e muitas vezes as pessoas se perdem diante de tantos teoremas e equações.

Ademais, acabam gastando um tempo incontável para tentar relembrar uma fórmula, por exemplo: em um quadrado um estudante deve-se lembrar de relacionar lados.

Já no retângulo, triângulo e paralelogramo ele deve relacionar base e altura, porém, isso tudo gera uma grande confusão, comprometendo a abstração, tornando o estudante um mero propagador de fórmulas vazias e incompreensíveis do ponto de vista cognitivo. Isso é apenas um método de reprodução técnica para se obter um resultado numérico.

Figura 39 – Fórmulas das áreas das figuras geométricas planas

Fonte: Essas e Outras[10].

[10] ESSAS e OUTRAS "INFORMAÇÃO DE QUALIDADE". (Página web). Disponível em: https://essaseoutras.com.br/formulas-das-areas-das-figuras-planas-tabela-como-calcular-e-dicas/. Acesso em: 14 mar. 2018.

Como mencionado neste texto, um grupo teve acesso a mais ferramentas didáticas, ofertadas pela professora, para colaborar com seu processo de abstração, enquanto, o outro, contou apenas com o material didático e com a aula expositiva, sem vivenciar, empiricamente, essas possibilidades de construções de figuras geométricas planas.

3.2 Avaliação

A avaliação se deu por meio de duas vertentes, uma se refere ao processo de desenvolvimento das atividades com as duas turmas, e a outra pela avaliação institucional.

Ficou nítido que, por meio das amostras produzidas pelos sujeitos que foram avaliadas de acordo com o desempenho escolar deles, ou seja, sujeitos com mais facilidade e/ou mais dificuldades, notou-se uma diferença mínima em termos de resultados quantitativos, pois os alunos de um modo geral, estão habituados com um sistema apostilado que os induz a treinar conteúdos e fórmulas para conseguirem um bom desempenho nas avaliações.

Isso ficou evidente no desempenho da Turma Y que ficou presa aos conceitos da apostila, suas fórmulas e exercícios. As aulas seguiram um curso tradicional, de aula expositiva, exercícios e mais exercícios com foco na repetição para melhorar a compreensão, e de certa forma, não dá para desprezar o fato de haver a memorização da fórmula como um algoritmo para a resolução dos problemas.

Por outro lado, o processo de desenvolvimento destes conteúdos com a Turma X, se deu de forma mais leve, mais dinâmica, mais divertida. Os estudantes sentiam mais alegria com as

aulas de Matemática, tinham muito mais motivação para elaborar os modelos que os levaram a formar os conceitos de perímetro e área de forma mais sólida.

As atividades foram desenvolvidas em grupos, parte em sala de aula, parte nos espaços abertos da escola. As crianças tinham a liberdade de se locomoverem com seus pares para desenvolver as atividades. Não tivemos problemas com disciplina, pois todos estavam envolvidos com as atividades que se tornaram prazerosas do ponto de vista deles.

A avaliação quantitativa foi feita após o desenvolvimento das atividades propostas na fase anterior. Foi possível verificar por meio da prova mensal da escola o desempenho dos grupos envolvidos, com vistas a identificar se entre eles houve diferenças, para então mensurar e comentar o que representa essa diferença.

As avaliações foram formuladas com cinco questões referentes aos conteúdos de Perímetro e Área de polígonos regulares, com valor máximo de cinco pontos.

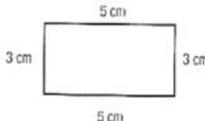
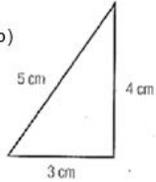
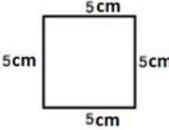
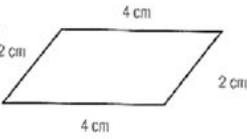
Figura 40 – Avaliação quantitativa da aprendizagem

5- (2,0) Calcule o perímetro das figuras, lembrando de informar a unidade de medida no resultado final:

a) 5 cm, 3 cm, 3 cm, 5 cm

b) 5 cm, 4 cm, 3 cm

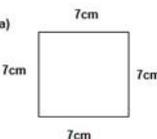
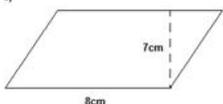
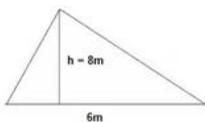
c) 5cm, 5cm, 5cm, 5cm

d) 4 cm, 2 cm, 2 cm, 4 cm

6- (2,0) Calcule a área das figuras, lembrando que ao final o resultado será ou em $\mathbf{m^2}$ ou em $\mathbf{cm^2}$:

a) 7cm, 7cm, 7cm, 7cm

b) 7m, 3m

c) 7cm, 8cm

d) h = 8m, 6m

Fórmulas:

Quadrado: A = L × L

Triângulo: $A = \frac{b \times h}{2}$

Retângulo: A = b × h

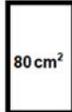
Paralelogramo: A = b × h

7- (1,0) Observe a medida das áreas das figuras abaixo e cite apenas uma possibilidade de medida para lado, base e altura que poderíamos dar para cada uma delas e obter estes valores de áreas:

a) $12\ m^2$

b) $80\ cm^2$

c) $169\ cm^2$

d) $120\ cm^2$

Fonte: Silva (2019, p. 91).

3.3 Análise dos Resultados

Nesta fase foram analisados os dados coletados, confrontando-os com o referencial teórico construído de modo a balizar as conclusões.

A apresentação dos resultados do desempenho dos alunos foi delineada da seguinte forma: a Turma que teve acesso às aulas dentro da perspectiva da Modelagem Matemática junto à Tecnologia foi denominada de Turma X e a Turma que teve acesso às aulas expositivas, junto com o material didático foi denominada de Turma Y.

Tabela 1 – Representação das Notas da Turma X

Notas de 0 a 5	Número de Alunos
[0,1[	1
[1,2[	5
[2,3[	9
[3,4[	11
[4,5]	14
	Total de Alunos = 40

Fonte: Silva (2019, p. 92).

Gráfico 1 – Representação das notas da Turma X.

Número de Alunos

Notas	Número de Alunos
[0,1[	1
[1,2[	5
[2,3[	9
[3,4[	11
[4,5]	14

Fonte: Silva (2019, p. 92).

Após a tabulação e cálculos efetuados da Turma X, foi possível concluir que a Média Aritmética dessa Turma é de 3,3 com Desvio Padrão de 1,12.

Tabela 2 – Representação das Notas da Turma Y

Notas de 0 a 5	Número de Alunos
[0,1[	5
[1,2[	8
[2,3[	12
[3,4[	5
[4,5]	10
	Total de Alunos = 40

Fonte: Silva (2019, p. 93).

Gráfico 2 – Representação das notas da Turma Y

Fonte: Silva (2019, p. 93).

Após a tabulação e cálculos efetuados da Turma Y, foi possível concluir que a Média Aritmética dessa Turma é de 2,675 com Desvio Padrão de 1,34.

Dessa forma, foi possível constatar que, de acordo com os levantamentos de dados e assimilação dos gráficos, a Turma X teve um melhor desempenho, do que a Turma Y. Isso, também, foi comprovado a partir dos valores das Médias Aritméticas e Desvios Padrões.

Além da Turma X ter uma média maior, suas notas possuem uma variabilidade (Desvio Padrão) menor, comparado com a Turma Y que demonstrou, claramente, uma média menor com notas e variabilidade maior. O que significa que a Turma X teve um desempenho mais homogêneo em relação à Turma Y, deixando claro que: os estudantes que tiveram a oportunidade de interagir e analisar, qualitativamente, o conteúdo trabalhado, por meio de uma

perspectiva didática diferenciada, tiveram mais chances de abstrair os conceitos referentes à aprendizagem da Geometria.

CAPÍTULO 4

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É certo que a aprendizagem significativa exige o envolvimento das crianças em processo efetivo de produção de sentidos de aprendizagem e de negociação de significados.

A exposição bem feita pelo docente em situações oportunas constitui elemento fundamental no processo. Mas, não basta ensinar conceitos novos aos alunos, se eles não tiverem oportunidade de vivenciar experiências concretas sobre as quais tais explicações possam fazer sentido.

Se um aluno resolve determinada situação matemática, de forma mecânica e sem lhe atribuir sentido efetivo, ele não será capaz de estabelecer relações entre as ideias nela envolvidas e, menos ainda, de transferir o conhecimento novo a uma situação nova, colocada em contexto diferente, ainda que este guarde relação com aquela.

Nas situações que foram analisadas neste estudo, é possível considerar que se desejamos valorizar as capacidades de pensamento dos alunos, é nosso papel, enquanto docentes, oferecer condições para envolvimento deles em atividades adequadas ao desenvolvimento intelectual, no que o estudo se revelou rico.

Isso exige, além de situações matemáticas carregadas de significado, o envolvimento em amplo processo de reflexão sobre as atividades propostas, compreensão dos conceitos com base em

relação dialógica, raciocínio organizado e o estabelecimento de um processo de aprendizagem pautado pela perspectiva da resolução de problemas.

Aprender Matemática é um processo gradativo de compreensão. É o estabelecimento de novas relações e aperfeiçoamento da capacidade de pensar e refletir, ante as situações com as quais os estudantes se deparam.

Muitos professores ficam intrigados pela questão do currículo engessar o trabalho docente e impedir, muitas vezes, qualquer atividade extraclasse, durante a Educação Básica. Por conta deste fato, frequentemente, não conseguem tempo hábil para o trabalho com Modelagem, por exemplo. Um trabalho que exige uma programação que conte com mais aulas para conseguir discutir com os estudantes, conteúdos que em aulas expositivas, levariam um tempo muito menor.

Trabalhar com estes recursos vai exigir mais tempo de aula, mais espaço físico e materiais manipuláveis, pois na elaboração de um modelo facilitador da abstração, os estudantes tendem a pensar de forma mais panorâmica, gerando neles a necessidade de construir o raciocínio por meio das ferramentas disponibilizadas.

Vale a constatação de que, infelizmente, não há espaço dentro dos currículos para que trabalhos versáteis, sejam desenvolvidos. Os professores não têm liberdade de ação; tudo é cronometrado; e nada deve sair da linha, previamente, traçada por um sistema repleto de intencionalidades.

Faz-se necessário ressaltar que para utilizar a Modelagem como ferramenta em sala de aula, é muito importante que o

professor tenha o conhecimento, mínimo necessário, para seu desenvolvimento. Assim, como já mencionado, a formação e a capacitação docente para uma prática que se destaque no quesito sucesso, é o diferencial de um processo de ensino dinâmico e interativo.

Algumas iniciativas são muito importantes nessa caminhada, pois o professor precisa estar aberto às mudanças; aberto a buscar cursos e palestras que lhes dê o suporte e a segurança necessários para dar os primeiros passos, isto é, começar este trabalho, lentamente. Desenvolvendo-o em partes, por conteúdos e séries, pois, afinal, quando não se tem muita segurança ou experiência, o suficiente, em algum conteúdo que se ensina pela primeira vez, é perigoso haver tropeços. É importante se apegar em exemplos bem sucedidos, que possam ser norteadores da prática dos iniciantes.

O trabalho com a Modelagem em sala de aula traz a possibilidade de torná-la mais dinâmica, além, de despertar, ainda mais, o interesse dos alunos em estudarem Matemática, por gosto e pela razão de que o estudo de determinado assunto faz sentido à sua caminhada acadêmica e pessoal. Aliás, a dinâmica da Modelagem ajuda os estudantes a vislumbrarem as aplicações práticas que as teorias Matemáticas estudadas em sala de aula, terão em questões cotidianas.

Conclui-se que a análise dos dados coletados e outros fatores relacionados a esta pesquisa, permitiram delimitar melhor os elementos constitutivos fundamentais do papel da Didática estruturada e das ações da Modelagem Matemática no ensino. E, também, o delineamento e análise de alternativas metodológicas importantes à renovação do processo de ensino de Matemática, em

busca de caminhos para situar, compreender, analisar e propor alternativas para o entendimento de novas investigações para a resolução de problemas da educação e, particularmente, do ensino nos seus vários níveis.

No que diz respeito à Tecnologia, é possível perceber, nitidamente, que o computador faz parte do cotidiano de muitas pessoas e, por conta disso, o mundo se tornou informatizado. Mesmo nas escolas públicas onde há muitas defasagens materiais, encontram-se laboratórios com computadores para atender uma pequena quantidade de alunos. Porém, mesmo sem laboratório de informática, no Colégio o qual a pesquisa foi desenvolvida, foi possível desenvolver um ensino de matemática pautado na construção, no desenvolvimento conceitual e utilizando às TICs.

Pensar nos *softwares* livres como uma alternativa para o processo de ensino que não demanda maiores investimentos traz a possibilidade de uma democratização da modernização dos métodos de ensino, pois, contando apenas com o computador conectado à internet, já é possível obter ferramentas tão ricas e tão colaborativas como essas. E, em se tratando de *Softwares* Livres, não há necessidade de ficar conectado à *Internet* para acessar e utilizar o *software*, uma vez baixado, o uso é independe da navegação na rede.

Com a variedade de *softwares* livres existentes, e com as várias possibilidades de estudos, podemos concluir, sem sombra de dúvidas, que há várias maneiras de se estudar a Matemática utilizando a Tecnologia, e sem precisar de grandes investimentos.

Entretanto, há muitas possibilidades e recursos, porém, faz-se necessário enfatizar que nada pode ou deve substituir o papel do professor. O professor ainda é o parceiro mais experiente, aquele ao

qual o aluno se apega para desconstruir seus paradigmas, superar seus medos e compartilhar seus sucessos, insucessos e evoluções. Portanto, por melhores que sejam as alternativas tecnológicas que possam existir em um ambiente educacional, jamais será efetivo e completo sem a presença de uma pessoa para orientar e conduzir um aluno, no caso, o professor.

O contato pessoal ainda é muito importante para os seres humanos, sobretudo, no ambiente de aprendizagem. É possível perceber que mesmo que o avanço da Tecnologia tenha trazido soluções educacionais como cursos, na modalidade à distância, por exemplo, surgindo inclusive como proposta empreendedora e vantajosa, economicamente, é perceptível a necessidade de se oferecer um polo de apoio presencial ou, ainda, tutores, para que o aluno tenha uma referência humana com a qual contar.

É possível observar, também, a infinidade de meios pelos quais podemos trilhar o dia a dia com várias ferramentas para complementar a prática docente. Com o uso da Tecnologia, sem dúvidas, um professor terá auxílio para estimular muito mais os seus alunos na busca pelo conhecimento e, por conseguinte, conseguirá atingir com muito mais solidez o objetivo de completar, sem lacunas, o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Diante disso, a Tecnologia pode ser bastante colaborativa em sala de aula, pelo fato de ser um objeto de encantamento e, também, facilitador da construção de estudos, desde a Educação Infantil até o Ensino Superior.

Nesse sentido, a busca por situar os processos internos gerados e geradores da escola, das salas de aula, os quais, inevitavelmente, são produtos e produtores de dada concepção de

educação, insistimos assim, nas questões da didática, nas questões de visão de mundo e o que isso ocasiona à escola em si: uma escola que tem que ser aberta; uma escola que tem que existir; uma escola que tem que ser mais democrática às crianças, no seu sentido mais amplo.

Não é possível propor algo sem se fazer uma discussão que perpassa pela questão da Didática.

O campo de conhecimento é o lugar no qual a teoria e as pesquisas acontecem de uma forma, já, o chão da escola é diferente. Nós, professores, sempre nos preocupamos muito com o que os textos enunciam para pensar nos nossos modos de refletir sobre a educação e ensino, em sua concretude.

Reflexões que nos levam a formular às seguintes questões: O que a escola é? O que ela tem sido? Como as teorias batem na escola e como elas são vistas? Como que a escola se apropria dessas teorias?

Dessa forma, nesse campo científico - da construção do conhecimento, é possível pensar como essas teorias têm que ficar na escola, considerando que a escola não é o campo do conhecimento, ela é o que ficou do campo de conhecimento, pois, foi passando por vários filtros: do saber professoral, das políticas públicas, dentre outros, até, não restar quase nada lá.

Os professores precisam ter um cuidado muito grande em como lidar com os estudantes, principalmente, para não fazer vistas grossas aos problemas e dificuldades que alguns carregam e arrastam por anos, pois outros lugares e pessoas sempre os ignoraram.

Às vezes, os jovens carregam defasagens por sua caminhada acadêmica, justamente pelo fato de que em algum estágio foram "desequilibrados" por algum conhecimento, mas não conseguiram

"equilibrar". É uma bagagem que a criança tem e que não foi corrigida, isto é, algo foi desequilibrado e não foi equilibrado. O sistema do qual a escola faz parte, infelizmente, justifica isso com laudos. Passando por cima de problemas como esse, além, de tratá-lo como um mero caso de inclusão; que não encontrará respaldos legais e, tampouco, humanitários para ser superado.

Vale ressaltar que nesta pesquisa foi analisada, superficialmente, a formação de professores, pois, percebemos, o quanto é importante estar preparado para lidar com tantas adversidades que a profissão impõe. Os filtros pelos quais a escola passa, como mencionado anteriormente, vão ao encontro da formação, também.

As Políticas Públicas que se baseiam sempre no viés econômico tendem a causar o desmoronamento das estruturas da educação. As formações são mais enxutas e não há um plano de carreira docente. Superar essas dificuldades requer força e iniciativa.

Não é tão simples buscar diferenciais para estar bem preparado em sala de aula, até porque, na maioria dos casos isso não traz retorno financeiro como esperado e necessário.

Desenvolver atividades como foram propostas nesta pesquisa, requer muita vontade, estudo, planejamento, reflexões, elaborações, etc. Isso tudo é muito desgastante. Porém, devemos nos apegar ao desejo de fazer o melhor para quem não tem culpa de viver em um sistema que não os prioriza. Nós, docentes, temos que pensar sempre em oferecer o melhor às nossas crianças, pois, elas não merecem sofrer as consequências da ganância e irresponsabilidade de outros setores da nossa sociedade.

Não podemos jamais esquecer a razão pela qual nos tornamos pesquisadores, e devemos sempre refletir: Para quê e para quem serve o nosso conhecimento?

REFERÊNCIAS

ABRANTES, Paulo; SERRAZINA, Lurdes; OLIVEIRA, Isolina. **A Matemática na Educação Básica**. Lisboa: Ministério da Educação, 1999.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BAKHTIN, Mikhail Mikhailovitch. **Marxismo e Filosofia da Linguagem:** problemas fundamentais do método sociológico da linguagem. São Paulo: Hucitec, 2014.

_____. **Os gêneros do discurso/Mikhail Bakhtin**. Trad. Paulo Bezerra; notas da edição russa de Serguei Botcharov. 1 ed. São Paulo: Editora 34, 2016.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem na Educação Matemática:** contribuições para o debate teórico. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. 3 ed. 1ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2009.

BECKER, Fernando. O que é construtivismo. **Revista de educação AEC,** Brasília, v. 21, n.83, p. 7-15, 1992.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5.ed. São Paulo: Contexto, 2014.

BURAK, Dionísio. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. **Revista Zetetiké**, Paraná-PR, n.2, p. 47-60, 1994.

CAMACHO, Raquel Cristina Sousa. **Síntese Crítica ao livro de Seymour Papert "A Máquina das Crianças: repensando a escola na era da informática"**. 2010. 154 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade da Madeira, Portugal, Ilha da Madeira, Funchal.

COSCARELLI, Carla Viana; RIBEIRO, Ana Elisa. (orgs.). **Letramento digital**: aspectos sociais e possibilidades pedagógicas. Belo Horizonte: Ceale. Autêntica, 2007. (Col. Linguagem e Educação).

DAVÍDOV, Vasili. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Moscu: Editorial Progreso, 1988.

ESSAS E OUTRAS, 'Informação de Qualidade'. **Fórmulas das Áreas das Figuras Planas:** tabela, como calcular e dicas. Disponível em: https://essaseoutras.com.br/formulas-das-areas-das-figuras-planas-tabela-como-calcular-e-dicas/. Acesso em: 14 mar. 2018.

FARACO, Carlos Alberto. **Linguagem & Diálogo**: as ideias linguísticas do Círculo de Bakhtin. São Paulo: Parábola, 2009.

FELDMAN, Daniel. **Ajudar a ensinar – relações entre didática e ensino.** Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

FINO, Carlos Nogueira. **Convergência entre a teoria de Vygotsky e o construtivismo/construcionismo.** [s. n.]. v. 23, n. 11, p. 2016, 2004.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996. (Coleção Leitura)

GIMENES, Marcelo Carlos. **Análise de uma Proposta de Capacitação Para professores em Informática Educacional por meio de Grupos de Pesquisa Desenvolvida no NTE de Cascável**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro Pastoral Educacional e Assistência Dom Carlos, CPEADC. Cascável – PR. 2004. Disponível em: http://www.professores.uff.br/dulcemar/Estudos_word/Softweres_diversos.doc. Acesso em: 10 jan. 2016.

GIMENES, Cristiano Marchi. **Matemática financeira com HP12C e excel**: uma abordagem descomplicada. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

HATANO, Giyoo. Time to Merge Vygotskian and Constructivist Conceptions of Knowledge Acquisition. *In*: Ellice A. Forman, Norris Minick e C. Addison Stone (Ed.). **Contexts for Learning - Sociocultural Dynamics in Children´s Development**. New York: Oxford University Press, 1993. p. 153-166.

_____. A Conception of Knowledge Acquisition and Its Implications for Mathematics Education. *In*: Steffe e Nesher (Ed.). **Theories of Mathematical Learning.** Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1996. p. 197-217.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência:** o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: 34, 1993.

LIBÂNEO, José Carlos. A aprendizagem escolar e a formação de professores na perspectiva da psicologia histórico-cultural e da teoria da atividade. **Educar em Revista**, Curitiba-PR, v.20, n. 24, p. 113-147, 2004.

LURIA, Alexander Romanovich. **Pensamento e linguagem:** as últimas conferências de Luria. Porto Alegre: [s. n.], 1986.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MARIN, Ana Cristina de Souza. **Didática da matemática: a utilização do software Winplot como estratégia potencializadora dos processos de ensino e aprendizagem**. 2017. 131f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Filosofia e Ciências, São Paulo-SP, Marília, 2017.

O GEOGEBRA. **Apostila**. Capítulo 5. p. 15. [20--?]. Disponível em: http://ogeogebra.com.br/arquivos/05-poligonos.pdf. Acesso em: 15 fev. 2016.

O GEOGEBRA. **Apostila**. Capítulo 6. p.18-22. [20--?]. Disponível em: http://ogeogebra.com.br/arquivos/06-isometriasnoplano.pdf. Acesso em: 15 fev. 2016.

O GEOGEBRA. **Apostila**. Capítulo 7. p. 24. [20--?]. Disponível em: http://ogeogebra.com.br/arquivos/07-funcoes.pdf. Acesso em: 15 fev. 2016.

O GEOGEBRA. **Apostila**. Capítulo 10. p. 36-38. [20--?]. Disponível em: http://ogeogebra.com.br/arquivos/10-circuloarcosetor.pdf. Acesso em: 15 fev. 2016.

O GEOGEBRA. **Apostila**. Capítulo 11. p. 40-42. [20--?]. Disponível em: http://ogeogebra.com.br/arquivos/11-parabolaelipsehiperbole.pdf. Acesso em: 15 fev. 2016.

O GEOGEBRA. **Apostila**. Capítulo 15. p. 64-65. [20--?]. Disponível em: http://ogeogebra.com.br/arquivos/15_ed.pdf. Acesso em: 15 fev. 2016.

O GEOGEBRA. **Apostila**. Capítulo 16. p. 67-70. [20--?]. Disponível em: http://ogeogebra.com.br/arquivos/16_jogos.pdf. Acesso em: 15 fev. 2016.

PALANGANA, Isilda Campaner. **Desenvolvimento e aprendizagem em Piaget e Vigotski**: a relevância do social. 6. ed. São Paulo: Summus, 2015. 176 p.

PAPERT, Seymour. **A Máquina das crianças:** repensando a escola na era da informática/ Seymour Papert; trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PIAGET, Jean. **Abstração reflexionante:** relações lógico aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

_____. Seis estudos de psicologia. Jean Piaget; tradução de Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. 24. Ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2010.

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. **A psicologia da criança Jean Piaget & Bärbel Inhelder**. tradução Octavio Mendes Cajado. 7. Ed. Rio de Janeiro: Difel, 2013. 146p.

PICETTI, Jaqueline Santos. **Formação Continuada de Professores: da abstração reflexionante à tomada de consciência**. 2008. 144 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf. Acesso em: 25 jan. 2019.

BRASIL NO PISA 2015. **Análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros / OCDE-Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico**. São Paulo: Fundação Santillana, 2016.

REGO, Teresa Cristina. **Vygotsky:** uma perspectiva histórico-cultural da educação. 25. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

RICHMOND, Peter Graham. **Piaget**: teoria e prática. tradução de Aydano Arruda. 2. Ed. São Paulo: IBRASA, 1981.

RODRIGUES, Nara Caetano. Tecnologias de informação e comunicação na educação: um desafio na prática docente. **Fórum Linguístico**, Florianópolis, v.6, n.1 (1-22), jan-jun, 2009. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/forum/article/download/1984-8412.2009v6n1p1/11863. Acesso em: 15 ago. 2018.

SALGUEIRO, Nilton Cesar Garcia. **Livro do Professor:** 6º ano - volume 1. Matemática. Ensino Fundamental. Anos Finais. Londrina-PR: Somos Educação/Sistema Maxi de Ensino, 2008.

SANTOS, Clodogil Fabiano Ribeiro dos. **Tecnologias de informação e comunicação**. Paraná: Gráfica UNICENTRO, 2014. Disponível em: http://repositorio.unicentro.br:8080/jspui/bitstream/123456789/830/5/Tecnologias%20de%20informa%C3%A7%C3%A3o.pdf. Acesso em: 15 ago. 2018.

SANTOS, Emerson da Silva dos. **Ambiente escolar e valores:** um estudo comparativo entre a escola de tempo integral e a escola de tempo parcial no ensino fundamental II. 2017. 121 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Filosofia e Ciências, São Paulo, Marília, 2017.

SÉRIOT, Patrick. **Volosinov e a filosofia da linguagem**. Trad. Marcos Bagno. 1 ed. São Paulo: Parábola, 2015.

SILVA, Camila Aparecida da. **Modelagem matemática e tecnologia no processo de ensino e aprendizagem: perspectivas**. 2016. 55 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Pedagogia) – Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Filosofia e Ciências, São Paulo, Marília, 2016.

_____. **Modelagem e Tecnologia: alternativas metodológicas para a educação matemática**. 2019. 107 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Filosofia e Ciências, São Paulo, Marília, 2019.

VALENTE, José Armando. A espiral da aprendizagem e as Tecnologias de Informação e Comunicação: repensando conceitos. *In*: JOLY, M. C. R. A. (org.). **A Tecnologia no Ensino**: implicações para a aprendizagem. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002. P. 15-37.

VEIGA, Laura da. Educação, Movimentos Populares e Pesquisa Participante. *In*: MADEIRA, Felicia R.; MELLO, Guiomar N. de (Coord). **Educação na América Latina**. São Paulo: Cortez/Autores associados, 1985. p. 187-201.

VYGOTSKY, LEV Semenovich. **Pensamento e Linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 2008.

_____. **A formação social da mente.** São Paulo: Martins Fontes, 1984.

SOBRE OS AUTORES

CAMILA APARECIDA DA SILVA

Mestra em Educação pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Filosofia e Ciências, campus de Marília (2019). Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e Física pelo Centro Universitário Internacional - UNINTER (2017). Licenciada em Matemática pela UNIMES - Universidade Metropolitana de Santos (2016). Pedagoga formada pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Filosofia e Ciências, campus de Marília (2016). Tecnóloga em Gestão de Negócios pelo Centro Universitário Eurípedes de Marília - UNIVEM (2008). Atualmente é integrante do Grupo de Pesquisa sobre Formação de Educadores (GP FORME), e também, professora de Matemática do Ensino Fundamental pela rede privada de ensino.

JOSÉ CARLOS MIGUEL

Livre-Docente em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2018); Doutorado em Educação pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (1999); Mestrado em Educação pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (1993); e Graduado em Matemática - Licenciatura Plena - pelas Faculdades Integradas de Marília (1979). Atualmente é Professor Associado vinculado ao Departamento de Didática e ao Programa de Pós-graduação em

Educação da Faculdade de Filosofia e Ciências - FFC - UNESP - Campus de Marília . Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática e Educação de Jovens e Adultos, atuando principalmente nos seguintes temas: metodologia de ensino, educação de jovens e adultos, formação de professores, educação matemática e currículos e programas. Coordena projetos de intervenção na realidade escolar, com ênfase na formação inicial e continuada de professores. Por fim, tem experiência como Chefe de Departamento de Ensino e Diretor Geral de Câmpus da UNESP, além de participação efetiva em diversos órgãos colegiados da referida instituição. Vinculado ao Grupo de Pesquisa sobre Formação de Educadores (GP FORME) e ao Grupo de Estudos e Pesquisa Sobre Educação de Jovens e Adultos (GEPEJA), ambos da UNESP.

SOBRE O LIVRO

Catalogação
André Sávio Craveiro Bueno – CRB 8/8211
Normalização
Lívia Mendes Pereira

Capa e diagramação
Mariana da Rocha Corrêa Silva
Assessoria Técnica
Renato Geraldi

Oficina Universitária Laboratório Editorial
labeditorial.marilia@unesp.br

Formato
16X23cm
Tipologia
Adobe Garamond Pro

Papel
Polén soft 70g/m2 (miolo)
Cartão Supremo 250g/m2 (capa)
Acabamento
Grampeado e colado
Tiragem
100

O livro "GEOMETRIA E TECNOLOGIA: visitando alternativas metodológicas para a sala de aula" tem por objetivo discutir perspectivas metodológicas para o ensino de geometria, em especial, no contexto da educação básica. Busca a ressignificação do ensino das noções sobre Espaço e Forma, ainda marcado por simbolismo lógico-formal precoce e raramente apropriado pelos educandos. Situando o trabalho didático-pedagógico no contexto da modelagem de situações matemáticas e de uso de ferramentas tecnológicas como o GeoGebra, um software livre cuja funcionalidade permite aos estudantes relacionar teoria e prática no contexto da resolução de problemas, adota a geometria como objeto de estudo e de investigação. Trata-se de obra de interesse tanto para professores que ensinam Matemática nas diversas instâncias da educação como para profissionais das redes de ensino envolvidos com orientação técnico-pedagógica e formação inicial ou continuada de educadores. Concebendo a apropriação significativa do fato geométrico como resultante de um processo de investigação e de resolução de problemas, procura evidenciar que a aprendizagem matemática pode ser prazerosa, quando compreendida como fazer humano criativo cuja gênese se situa na geração de ideias, articulação e negociação de significados. Em síntese, pensa a educação matemática de caráter desenvolvimental.

ISBN 978-6586546644-4

9 786586 546644